Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Schliessende Statistik
Wintersemester 2024/25

apl. Prof. Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 18 + 15 + 8 + 6 + 15 + 18 + 14 + 5 + 21) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–10 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
Σ						

Aufgabe 1 (18 Punkte)

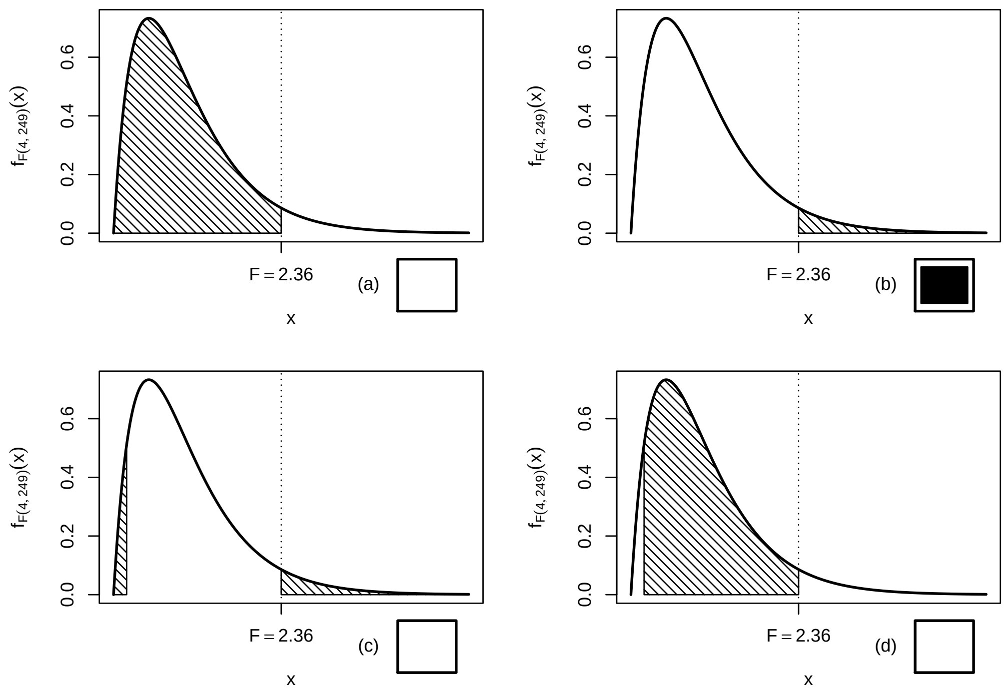
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

Nr.	Aussage	wahr	falsch
1.	Sind die Zufallsvariablen $X_1, X_2, \dots, X_n$ normalverteilt und stochastisch unabhängig, so handelt es sich bei diesen Zufallsvariablen stets um eine einfache Stichprobe vom Umfang n.	□	■
2.	Gilt $\lim_{n\to\infty} \mathrm{E}[(\widehat{\theta}_n - \theta)^2] = 0$ für alle $\theta \in \Theta$, so ist die Folge von Schätzfunktion $\widehat{\theta}_n$ konsistent im quadratischen Mittel für θ.	■	□
3.	Bei Konfidenzintervallen für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz beeinflusst die konkrete Stichprobenrealisation nur die Lage, nicht aber die Breite der realisierten Konfidenzintervalle.	■	□
4.	Zur Konstruktion parametrischer Hypothesentests sind Stichprobenfunktionen, die für alle Parameter des Parameterraums dieselbe Verteilung besitzen, nicht sinnvoll als Teststatistik verwendbar.	■	□
5.	Beim Gauß-Test für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz zum Signifikanzniveau α liegen alle Fehlerwahrscheinlichkeiten 2. Art im Intervall $(\alpha, 1]$.	□	■
6.	Lehnt ein zweiseitiger approximativer Gauß-Test für den Anteilswert die Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ ab, so wird die Nullhypothese auch bei einem entsprechenden Test zum Signifikanzniveau von $\widetilde{\alpha} = 0.10$ verworfen.	■	□
7.	Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll anhand einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 200$ überprüft werden, ob die Grundgesamtheit exponentialverteilt ist. Nach Wahl einer geeigneten Klassierung aus 5 Klassen wird dazu zunächst der unbekannte Parameter der Exponentialverteilung durch eine ML-Schätzung aus den klassierten Daten ermittelt. Damit ist zur Konstruktion des Ablehnungsbereiches die χ^2-Verteilung mit 4 Freiheitsgraden zu verwenden.	□	■
8.	Mit der einfachen Varianzanalyse kann die Übereinstimmung der Erwartungswerte mehrerer mit gleicher Varianz normalverteilter Grundgesamtheiten überprüft werden.	■	□
9.	Bei der Anwendung der Kleinst-Quadrate-Methode im einfachen linearen Regressionsmodell werden $\widehat{\beta}_1$ und $\widehat{\beta}_2$ so bestimmt, dass die Summe der quadrierten vertikalen Abstände der Beobachtungspunkte zur Regressionsgeraden möglichst klein ausfällt.	■	□

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Bei der Durchführung einer einfachen Varianzanalyse mit $k = 5$ Faktorstufen und einem Gesamtstichprobenumfang von $n = 254$ erhält man die realisierte Teststatistik $F = 2.36$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 darstellt.



2. Der (approximative) t-Test zum Vergleich zweier unbekannter Anteilswerte bzw. Erfolgswahrscheinlichkeiten kann ohne zusätzliche Annahmen als Spezialfall des approximativen 2-Stichproben-t-Tests für den Mittelwertvergleich bei unbekannten, aber **übereinstimmenden** Varianzen betrachtet werden, weil es sich dabei um einen Mittelwertvergleich handelt und
   (a) die Einhaltung von Anwendungsvoraussetzungen bei approximativen Tests generell nicht wichtig ist. ☐
   (b) sich die Varianzen von Alternativverteilungen bei großen Stichprobenumfängen nicht mehr wesentlich unterscheiden. ☐
   (c) die Varianzen von Alternativverteilungen nicht von ihrem Parameter abhängig sind. ☐
   (d) die Varianzen der Alternativverteilungen unter H_0 (bei Gleichheit der Parameter) übereinstimmen. ■

3. Es sei $X_1, \ldots, X_{16}$ eine einfache Stichprobe vom Umfang 16 zu Y mit $Y \sim N(12, 8^2)$. Dann gilt für die Teststatistik $N = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$ des Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz zur Nullhypothese $H_0 : \mu = 10$:

   (a) $N \sim N\left(1, 2^2\right)$ ☐

   (b) $N \sim N\left(1, 1\right)$ ■

   (c) $N \sim N\left(12, 2^2\right)$ ☐

   (d) $N \sim N\left(12, 1\right)$ ☐

4. Bei der Durchführung eines t-Tests für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei unbekannter Varianz auf Grundlage einer einfachen Stichprobe vom Umfang n zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ lehnt der rechtsseitige Test H_0 ab, während der zweiseitige Test H_0 nicht verwerfen kann. Damit weiß man über die Realisation t der Teststatistik:

   (a) $t \in (-\infty, -t_{n-1;0.975})$ ☐

   (b) $t \in [-t_{n-1;0.975}, -t_{n-1;0.95})$ ☐

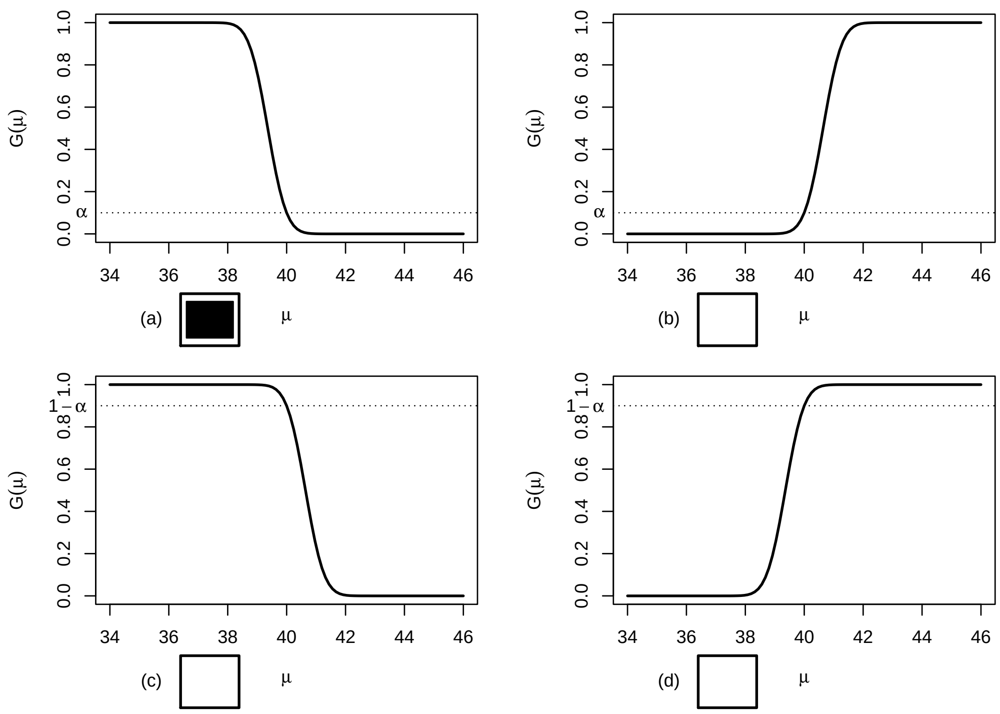
   (c) $t \in (t_{n-1;0.95}, t_{n-1;0.975}]$ ■

   (d) $t \in (t_{n-1;0.975}, \infty)$ ☐

5. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_{36}$ vom Umfang $n = 36$ zu einer $N(\mu, 3^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu \geq 40 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu < 40$$

   bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
   Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



Aufgabe 3 (6 + 2 = 8 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $b > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y|b) = \begin{cases} b^2 \cdot (y+3) \cdot e^{-b\cdot(y+3)} & \text{für } y > -3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter b soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{b}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

(b) Man kann zeigen, dass $\mathrm{E}(Y) = \frac{2}{b} - 3$ gilt. Bestimmen Sie damit den Schätzer $\widehat{b}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie Teil (b) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{b}_{ML} = \dfrac{2 \cdot n}{\sum_{i=1}^{n}(x_i + 3)} = \dfrac{2}{\overline{x} + 3}$

(b) $\widehat{b}_{MM} = \dfrac{2}{\overline{x} + 3}$

Aufgabe 4 (3 + 3 = 6 Punkte)

In Abhängigkeit eines unbekannten Parameters p mit $0 < p < 1$ sei die Verteilung einer Zufallsvariablen Y gegeben durch:

y_i	2	3	5
$p_Y(y_i)$	$\frac{1-p}{2}$	p	$\frac{1-p}{2}$

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \dfrac{7}{2} - \dfrac{1}{2} \cdot p$ gilt.

(b) Zeigen Sie, dass die Schätzfunktionen

$$T_n(X_1, \ldots, X_n) := -2 \cdot \overline{X} + 7$$

(mit $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$) für $n \in \mathbb{N}$ erwartungstreu für p sind.

Beachten Sie, dass Sie Aufgabenteil (b) auch ohne die (erfolgreiche) Bearbeitung von Teil (a) lösen können!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Berechnung des Erwartungswerts von Y.

(b) Berechnung des Erwartungswerts von $T_n(X_1, \ldots, X_n)$.

Aufgabe 5 (3 + 7 + 2 + 3 = 15 Punkte)

Eine Maschine produziert Bremsscheiben, deren Nutzdicke erfahrungsgemäß normalverteilt mit einer Standardabweichung von $0.8[mm]$ um den tatsächlichen Erwartungswert schwankt. Die laufende Qualitätskontrolle soll eine Unterschreitung dieses Erwartungswerts gegenüber der mittleren Soll-Nutzdicke $25[mm]$ mit Hilfe eines geeigneten statistischen Testverfahrens auf Basis der Realisation einer einfachen Stichprobe $x_1, \ldots, x_{20}$ aufdecken. Dabei darf eine derartige Unterschreitung nur mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% fälschlicherweise signalisiert werden. Aus dem realisierten Stichprobenergebnis erhält man den Stichprobenmittelwert

$$\overline{x} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = 24.677[mm] \ .$$

(a) Geben Sie auf Basis des angegebenen Stichprobenmittelwerts ein zweiseitiges Konfidenzintervall für den Mittelwert der Nutzdicke der produzierten Bremsscheiben zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1-\alpha = 0.95$ an.

(b) Führen Sie den zur oben beschriebenen Qualitätskontrolle geeigneten Test auf Basis des angegebenen Stichprobenmittelwerts durch. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(c) Berechnen Sie den p-Wert zum Test aus Teil (b). Wie wäre die Entscheidung zum Test aus Teil (b) bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.01$ ausgefallen?

(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Qualitätskontrolle bei Ziehung einer einfachen Stichprobe der Länge 20 keine Unterschreitung signalisieren, wenn der tatsächliche Erwartungswert der Nutzdicke der Bremsscheiben $24.5[mm]$ beträgt?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Realisiertes symm. Konfidenzintervall zum Konf.-niveau $1-\alpha = 0.95$: $[24.326, 25.028]$

(b) $N = -1.806 \in (-\infty, -1.645) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test zur Qualitätskontrolle wird also eine Unterschreitung der mittleren Nutzdicke signalisieren.

(c) p-Wert $p = 0.0351$. Der Test zur Qualitätskontrolle hätte also keine Unterschreitung der mittleren Nutzdicke signalisiert.

(d) $\beta(24.5) = 0.1251$

Aufgabe 6 (10 + 8 = 18 Punkte)

Um zu überprüfen, ob zwei Fabrikate von $LiFePO_4$-Akkus („Typ A“ bzw. „Typ B“) mit nominell übereinstimmender Ladung tatsächlich eine im Durchschnitt übereinstimmende entnehmbare Energie aufweisen, soll ein statistischer Test durchgeführt werden. Hierbei soll davon ausgegangen werden, dass die jeweils unter konstanten vorgegebenen Entladebedingungen entnehmbare Energie Y^A bzw. Y^B normalverteilt sei mit unbekanntem Erwartungswert μ_A bzw. μ_B und unbekannter Varianz σ_A^2 bzw. σ_B^2. Es soll überprüft werden, ob $LiFePO_4$-Akkus vom Typ B im Mittel eine andere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen.
Aus einer Kapazitätsmessung mit $n_A = 10$ Exemplaren der $LiFePO_4$-Akkus vom Typ A sowie $n_B = 8$ Exemplaren der $LiFePO_4$-Akkus vom Typ B erhielt man Realisationen jeweils voneinander unabhängiger einfacher Stichproben $X_1^A, \ldots, X_{10}^A$ zu Y^A sowie $X_1^B, \ldots, X_8^B$ zu Y^B und hieraus die zugehörigen Mittelwerte $\overline{x^A} = 103.09$ bzw. $\overline{x^B} = 101.19$ sowie die Stichprobenvarianzen $s_{Y^A}^2 = 5.15$ bzw. $s_{Y^B}^2 = 3.74$.

(a) Testen Sie unter der Annahme $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass $LiFePO_4$-Akkus vom Typ B im Mittel eine andere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob die in Teil (a) getroffene Annahme der Varianzgleichheit auf Grundlage der vorhandenen Stichprobeninformation verworfen werden muss. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (b) den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m,n)$*-Verteilungen sowie ggf. die Rechenregel* $F_{m,n;p} = \frac{1}{F_{n,m;1-p}}$.

$n\backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.883	240.543	241.882
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $t = 1.881 \notin (-\infty, -2.12) \cup (2.12, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass $LiFePO_4$-Akkus vom Typ B im Mittel eine andere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen, nicht bestätigen.

(b) $F = 1.377 \notin [0, 0.304) \cup (3.677, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test findet also keine Evidenz für eine Verletzung der in Teil (a) angenommenen Varianzgleichheit.

Aufgabe 7 (14 Punkte)

Um zu überprüfen, ob es einen Zusammenhang zwischen dem aktuell beabsichtigten Wahlverhalten (Bündnis 90/Die Grünen bzw. andere Partei) und dem bevorzugten PKW-Typ (E-Auto bzw. Hybrid bzw. Verbrenner) gibt, wurden die Ergebnisse einer aktuellen Umfrage unter 1000 Wahlberechtigten, die man als Realisation einer einfachen Stichprobe auffassen können soll, in der folgenden Tabelle zusammengefasst (sämtliche Daten sind **fiktiv**):

	E-Auto	Hybrid	Verbrenner
andere Partei	300	290	250
Bündnis 90/Die Grünen	100	35	25

Überprüfen Sie anhand dieses Datenmaterials zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob eine stochastische Abhängigkeit zwischen dem Wahlverhalten und dem bevorzugten PKW-Typ besteht.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen:

$n \backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$\chi^2 = 40.491 \in (5.991, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Es ist also eine signifikante Abhängigkeit zwischen dem Wahlverhalten und dem bevorzugten PKW-Typ festzustellen.

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung der monatlichen Netto-Stromexporte in Deutschland y_i (in TWh) durch die monatliche Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien in Deutschland x_i (in TWh) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),\ i \in \{1, \dots, n\}$$

Aus vorliegenden Monatsdaten der jüngeren Vergangenheit wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.5197 -1.7230 -0.4047  1.0694  6.2822

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -15.1069     5.0613  -2.985  0.00732 **
x             0.6230     0.2397   2.599  0.01715 *
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.232 on 20 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2525,       Adjusted R-squared:  0.2151
F-statistic: 6.757 on 1 and 20 DF,  p-value: 0.01715
```

(a) Wie viele Monate gingen in die Schätzung ein?

(b) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(c) Welcher Anteil der Gesamtvarianz der monatlichen Netto-Stromexporte in Deutschland wird durch das lineare Modell erklärt?

(d) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_2 signifikant positiv ist.

(e) Welchen monatlichen Netto-Stromexport (in TWh) prognostiziert das Modell bei einer monatlichen Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien von 26 (in TWh)?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $n = 22$

(b) $\widehat{\beta}_1 = -15.1069$, $\widehat{\beta}_2 = 0.623$

(c) 0.2525

(d) β_2 ist signifikant positiv.

(e) 1.0911

Aufgabe 9 (6 + 2 + 3 + 5 + 5 = 21 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 20$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{20} y_i = 45.249; \quad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 386.696; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 74.93;$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 315.852; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i \cdot y_i = 244.66$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(c) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(d) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_1 signifikant negativ ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(e) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für y_0 gegeben $x_0 = 5$ an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = -5.7509$, $\widehat{\beta}_2 = 2.1389$

(b) $\widehat{\sigma}^2 = 6.8679$

(c) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 3.0878$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.19552$

(d) $t = -3.273 \in (-\infty, -1.734) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

β_1 ist also signifikant negativ.

(e) $[-0.8173, 10.705]$