

**WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES
PRÜFUNGSSEKRETARIAT**

FAKULTÄT FÜR EMPIRISCHE HUMANWISSENSCHAFTEN UND WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT
DER UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Von der/dem Studierenden auszufüllen (Bitte leserlich und in Blockschrift):

Name der Prüfung: Schließende Statistik
Semester, dem die Prüfung zugeordnet ist: WS 2016/17 (z. B. WS 2015/2016, SS 2016)
(Prüfungen im Februar/April = WS; Prüfungen im August/Oktobre = SS)
Nachname, Vorname der/des Studierenden: _____
Matrikelnummer der/des Studierenden: _____

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.

Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.

Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.

Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Prüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Prüfung ist nicht zulässig.

Datum: _____ **Unterschrift der/des Studierenden:** _____

Von der Prüferin/Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte	Bemerkungen
1		16	
2		12	
3		8	
4		8	
5		14	
6		28	
7		11	
8		5	
9		18	
<i>Summe</i>		120	

bestanden

Note: _____

nicht bestanden

Unterschrift der Prüferin/des Prüfers: _____

KLAUSURHEFT ZUR
 BACHELOR-PRÜFUNG
 SCHLIESSENDE STATISTIK
 WINTERSEMESTER 2016/17

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 8 + 8 + 14 + 28 + 11 + 5 + 18) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t -Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–22 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t -Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1		■	■	■	■	
2		■	■	■	■	
3		■	■	■	■	
4			■	■	■	
5				■	■	
6				■	■	
7		■	■	■	■	
8						
9						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

- | | wahr | falsch |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Für die Erwartungswerte der Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n und Y gelte $E(X_1) = \dots = E(X_n) = E(Y)$ sowie für die Varianzen $\text{Var}(X_1) = \dots = \text{Var}(X_n) = \text{Var}(Y)$. Dann ist X_1, \dots, X_n stets eine einfache Stichprobe zu Y . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Ist eine Familie von Schätzfunktionen $T_n, n \in \mathbb{N}$, konsistent im quadratischen Mittel für einen Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$, so gilt stets | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\lim_{n \rightarrow \infty} E(T_n) = \lambda.$ | | |
| 3. Ist X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe zu einer mit bekannter Varianz und unbekanntem Erwartungswert verteilten Zufallsvariablen Y , so erhält man bei einer Stichprobenziehung mit Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ eine Stichprobenrealisation, die zu einem realisierten Konfidenzintervall (zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$) für den Erwartungswert führt, welches den unbekanntem Erwartungswert von Y enthält ($\alpha \in (0, 1)$). | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Je kleiner der p -Wert zu einer realisierten Teststatistik ist, umso mehr spricht die realisierte Teststatistik für die Verletzung der Nullhypothese. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Beim Test zum Vergleich von zwei Anteilswerten (als Spezialfall des 2-Stichproben- t -Tests) muss die Voraussetzung $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ nicht überprüft werden, da sie unter H_0 automatisch erfüllt ist. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Wenn bei einem statistischen Test zum Signifikanzniveau α die Testentscheidung für H_0 ausfällt, dann gilt H_0 mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Sind die Voraussetzungen zur Anwendung der einfachen Varianzanalyse erfüllt und liegen als Stichprobenrealisation jeweils 25 Beobachtungen zu 6 Faktorstufen vor, so ist die Teststatistik bei Gültigkeit der Nullhypothese $F(5, 144)$ -verteilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Im einfachen linearen Regressionsmodell | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i, \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),$$

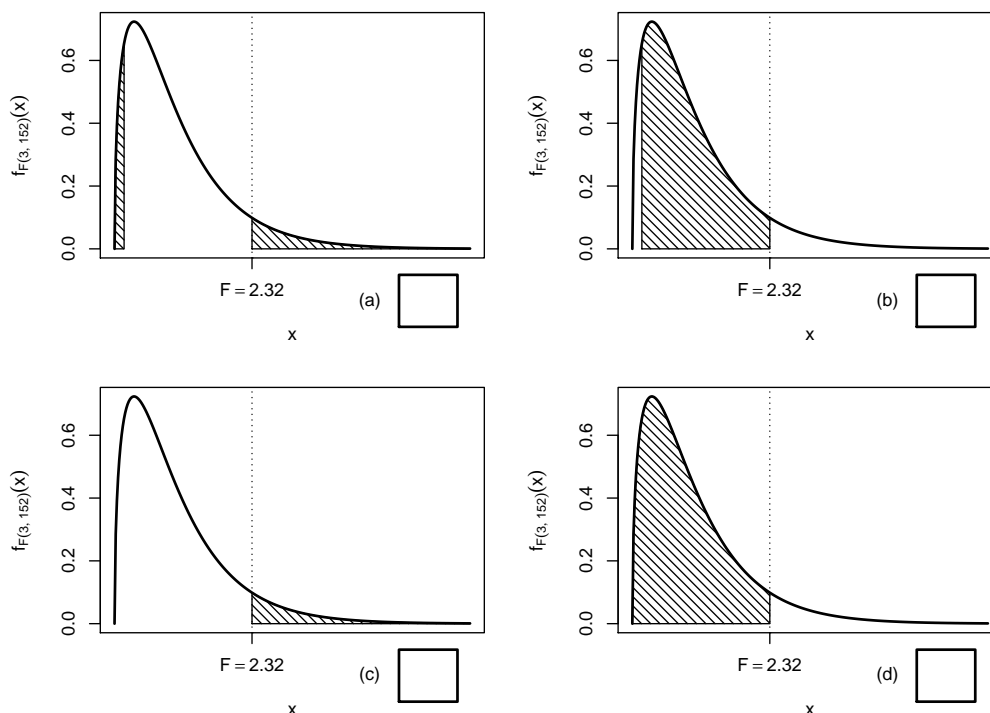
sind Prognoseintervalle für y_0 gegeben x_0 umso breiter, je weiter x_0 von \bar{x} entfernt ist.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Bei der Durchführung einer einfachen Varianzanalyse mit $k = 4$ Faktorstufen und einem Gesamtstichprobenumfang von $n = 156$ erhält man die realisierte Teststatistik $F = 2.32$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p -Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 darstellt.



2. Es sei X_1, \dots, X_{36} eine einfache Stichprobe vom Umfang 36 zu Y mit $Y \sim N(102, 3^2)$. Dann gilt für die Teststatistik $N = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$ des Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz zur Nullhypothese $H_0 : \mu = 100$:

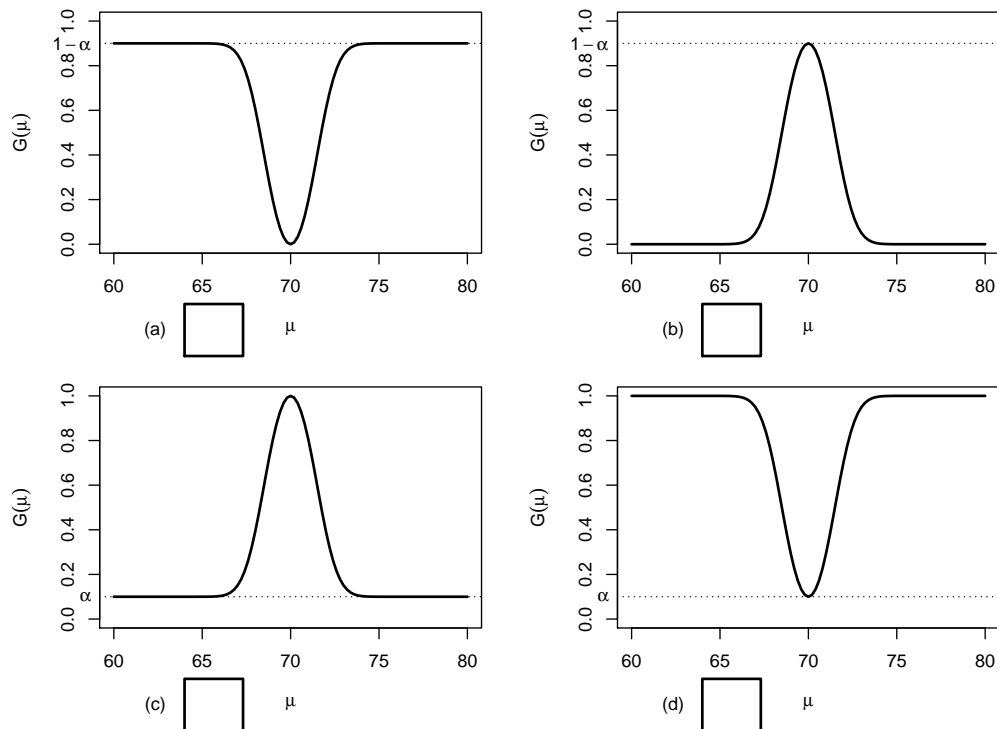
- (a) $N \sim N(0, 1)$
- (b) $N \sim N(4, 1)$
- (c) $N \sim N(0, 3^2)$
- (d) $N \sim N(4, 3^2)$

3. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe X_1, \dots, X_{30} vom Umfang $n = 30$ zu einer $N(\mu, 5^2)$ -verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu = 70 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \mu \neq 70$$

bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.

Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



4. Als p -Wert zur realisierten Teststatistik eines rechtsseitigen Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit bei bekannter Varianz (mit $H_0 : \mu \leq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu > \mu_0$) erhält man $p = 0.0324$. Dann gilt für die p -Werte des linksseitigen Tests (mit $H_0 : \mu \geq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu < \mu_0$) bzw. des zweiseitigen Tests (mit $H_0 : \mu = \mu_0$ gegen $H_1 : \mu \neq \mu_0$):

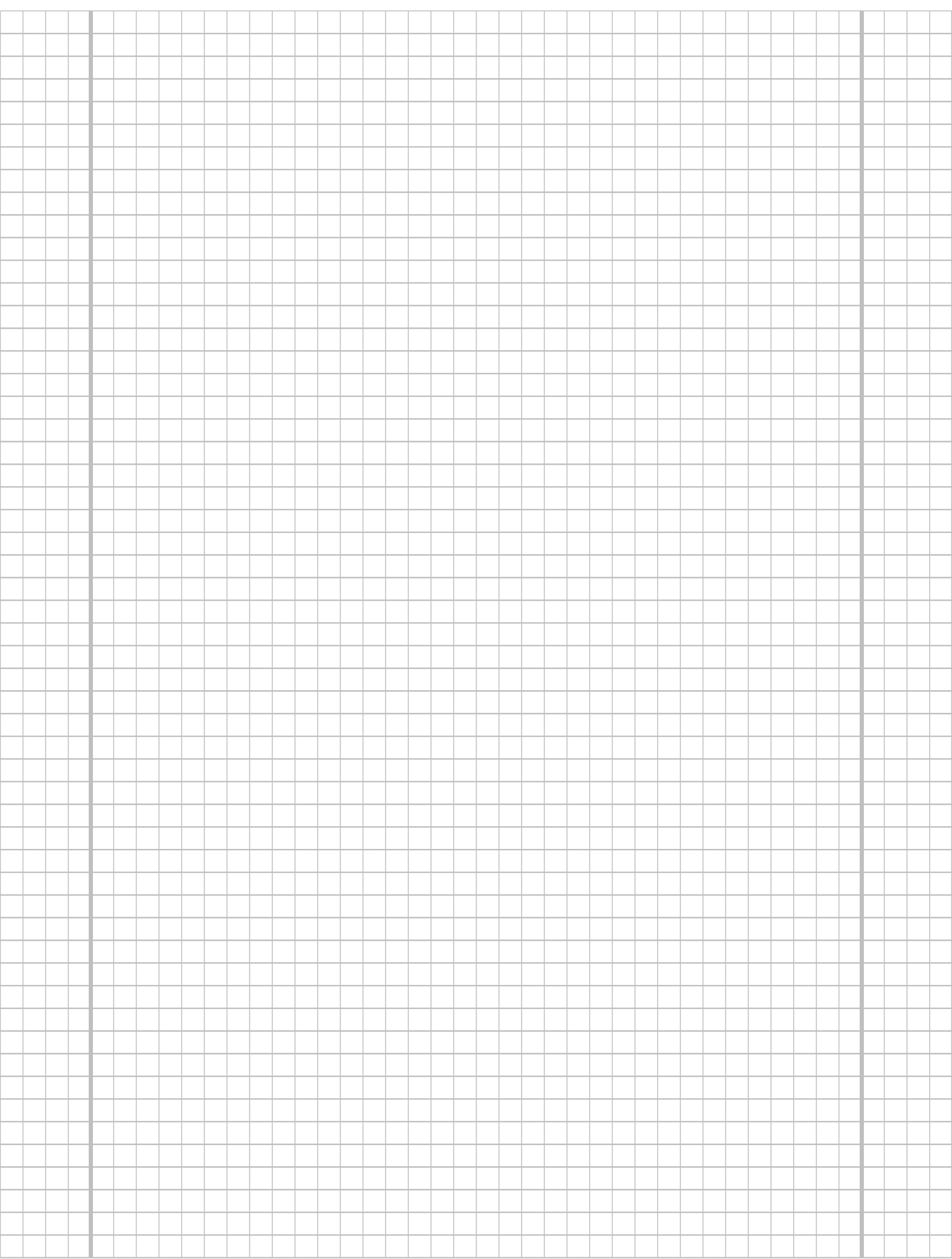
- (a) Der p -Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.0648,
 der p -Wert des zweiseitigen Tests 0.0162.
- (b) Der p -Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.0162,
 der p -Wert des zweiseitigen Tests 0.0648.
- (c) Der p -Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.9676,
 der p -Wert des zweiseitigen Tests 0.0162.
- (d) Der p -Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.9676,
 der p -Wert des zweiseitigen Tests 0.0648.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Für $\sigma > 0$ sei die Zufallsvariable Y Rayleigh-verteilt mit Parameter σ . Es gilt dann $E(Y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$, $\text{Var}(Y) = \frac{4-\pi}{2}\sigma^2$ sowie $E(Y^4) = 8\sigma^4$. X_1, \dots, X_n sei für $n \in \mathbb{N}$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y . Untersuchen Sie, ob die Schätzfunktionen

$$T_n(X_1, \dots, X_n) := \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

konsistent im quadratischen Mittel für σ^2 sind.



Aufgabe 4 (6 + 2 = 8 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekanntes Parameters $\lambda > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

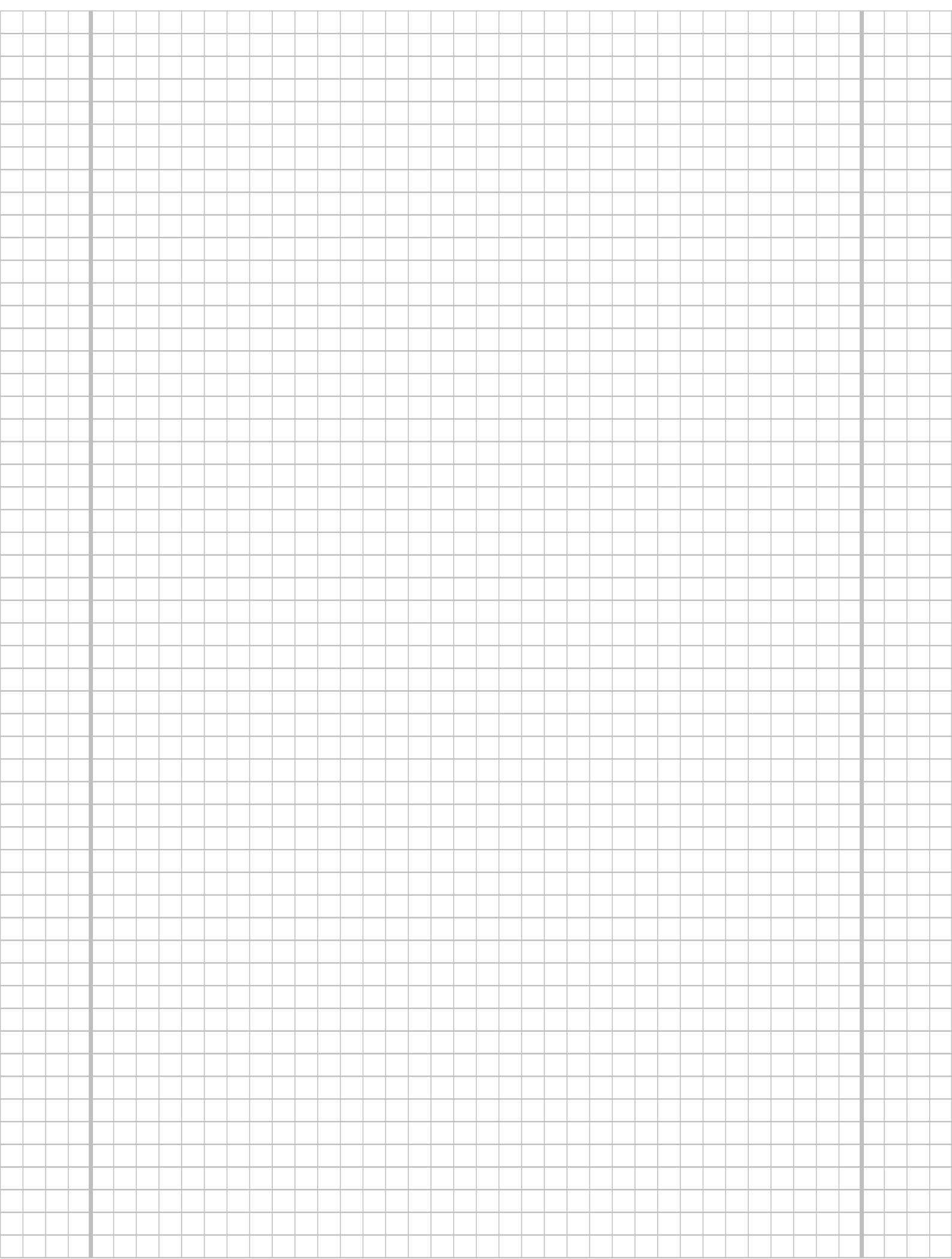
$$f_Y(y|\lambda) = \begin{cases} \lambda^2 \cdot (y + 1) \cdot e^{-\lambda \cdot (y+1)} & \text{für } y > -1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter λ soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe X_1, \dots, X_n vom Umfang n geschätzt werden.

- (a) Bestimmen Sie den Schätzer $\hat{\lambda}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.
- (b) Man kann zeigen, dass $E(Y) = \frac{2}{\lambda} - 1$ gilt. Bestimmen Sie damit den Schätzer $\hat{\lambda}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

Hinweise:

- Beachten Sie, dass Sie Teil (b) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.
- Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss **nicht** überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.

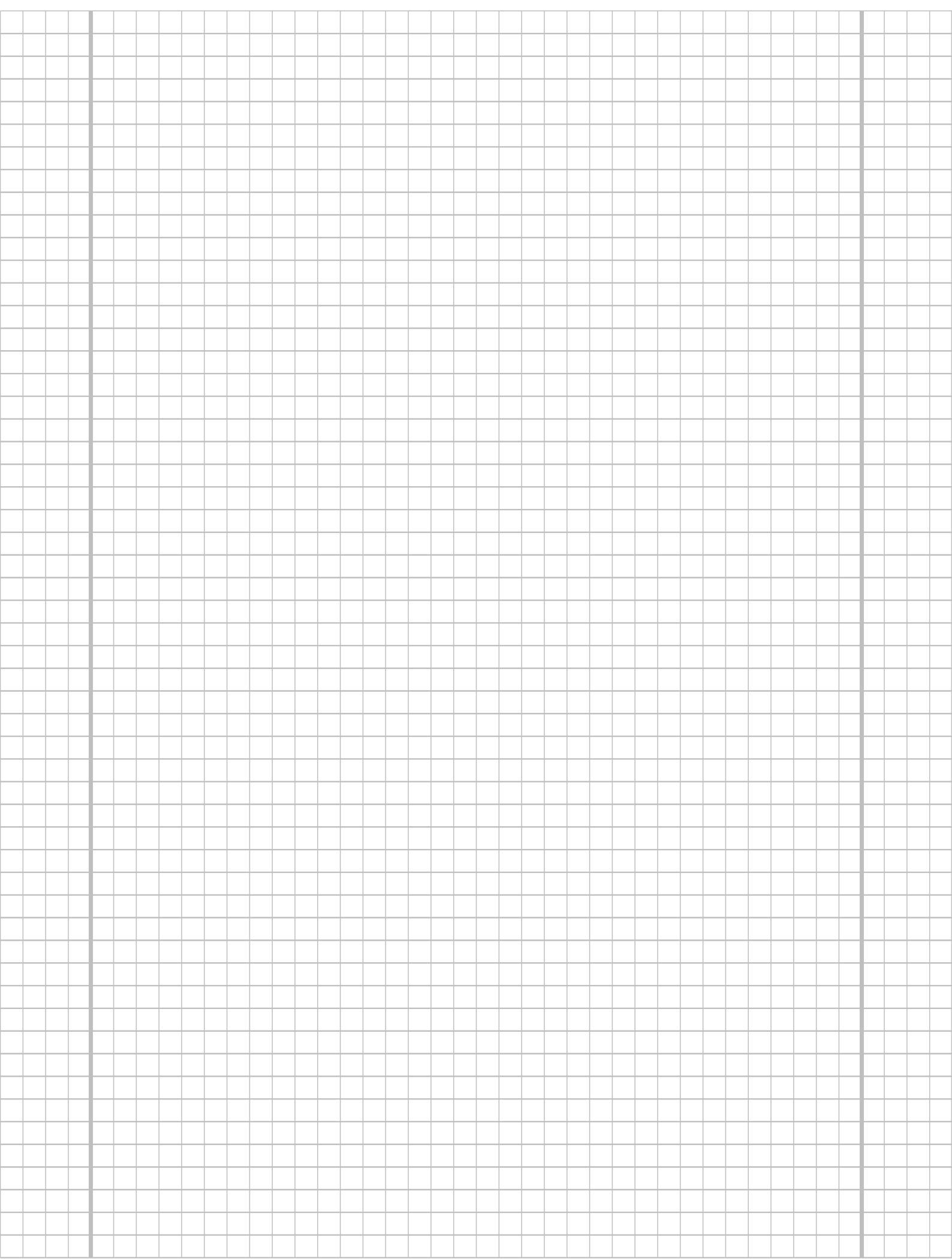


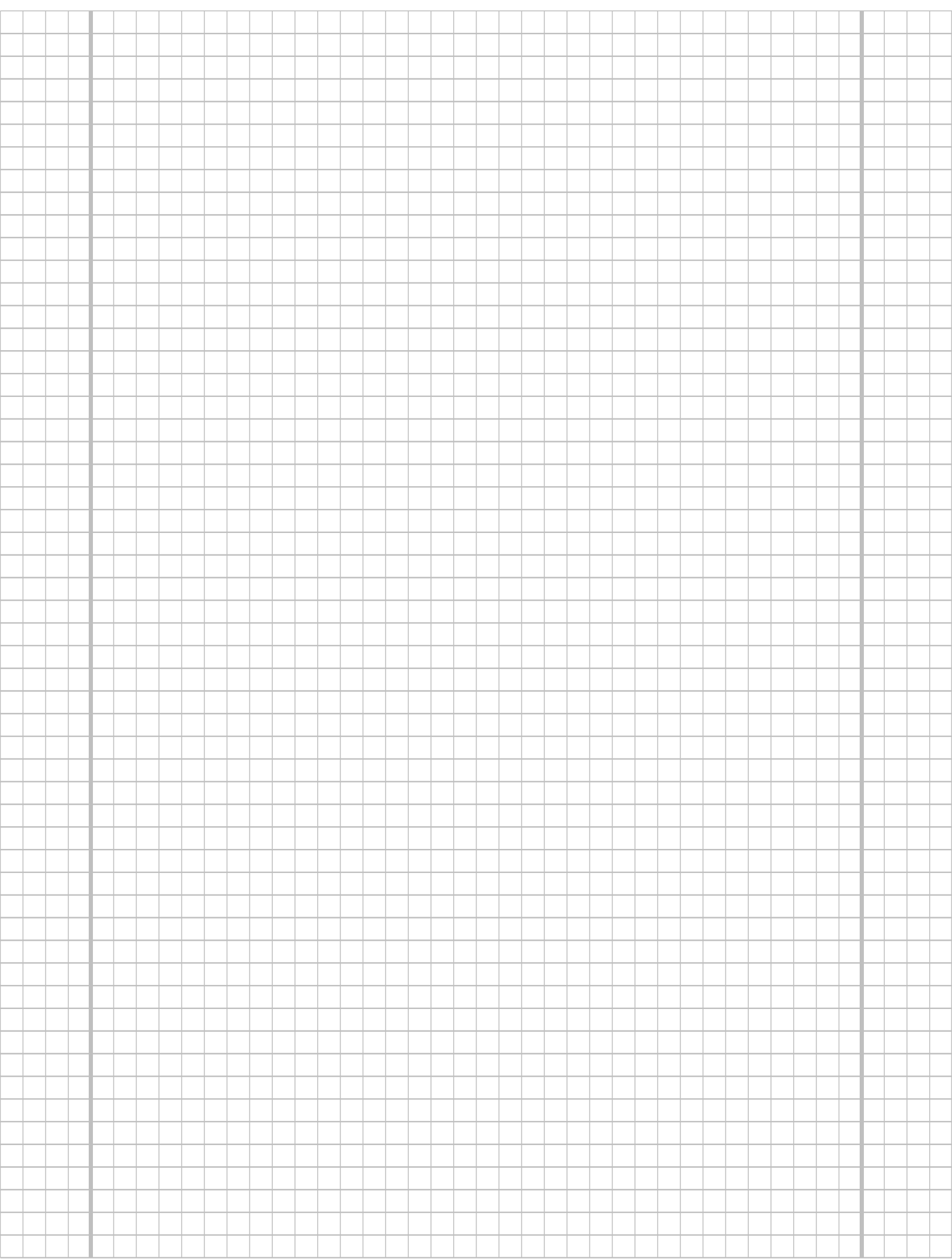
Aufgabe 5 (3 + 7 + 4 = 14 Punkte)

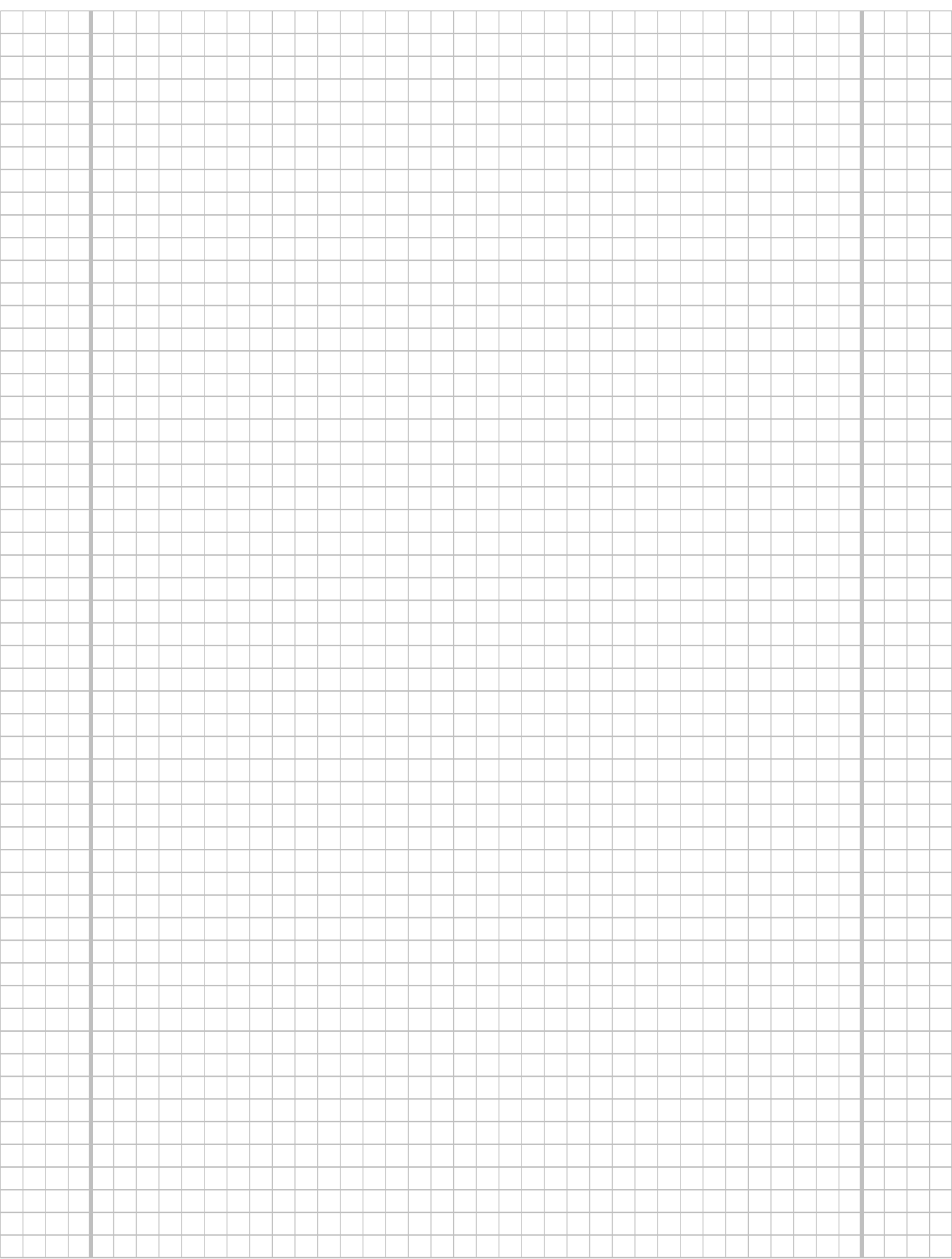
Bei der Abfüllung von Fertigspachtel weiß der Hersteller aus Erfahrung, dass die verwendete Maschine eine Standardabweichung von $0.2[kg]$ für die abgefüllte Menge hat. Nach einer Inventur hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel eine andere Menge als die auf dem Produkt ausgezeichneten $10[kg]$ in die Eimer einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 9 Eimer entnommen, deren gemessene Füllmengen x_1, \dots, x_9 als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 9 zur annahmegemäß $N(\mu, 0.2^2[kg^2])$ -verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i = 9.877[kg] .$$

- (a) Geben Sie auf Basis der Stichprobenrealisation ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die mittlere Abfüllmenge zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ an.
- (b) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ (!), ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung einer Stichprobe und der anschließenden Durchführung des Tests aus Teil (b) eine Testentscheidung zu Gunsten der Nullhypothese zu erhalten, falls die tatsächliche mittlere Abfüllmenge $10.12[kg]$ beträgt?







Aufgabe 6 (11 + 9 + 8 = 28 Punkte)

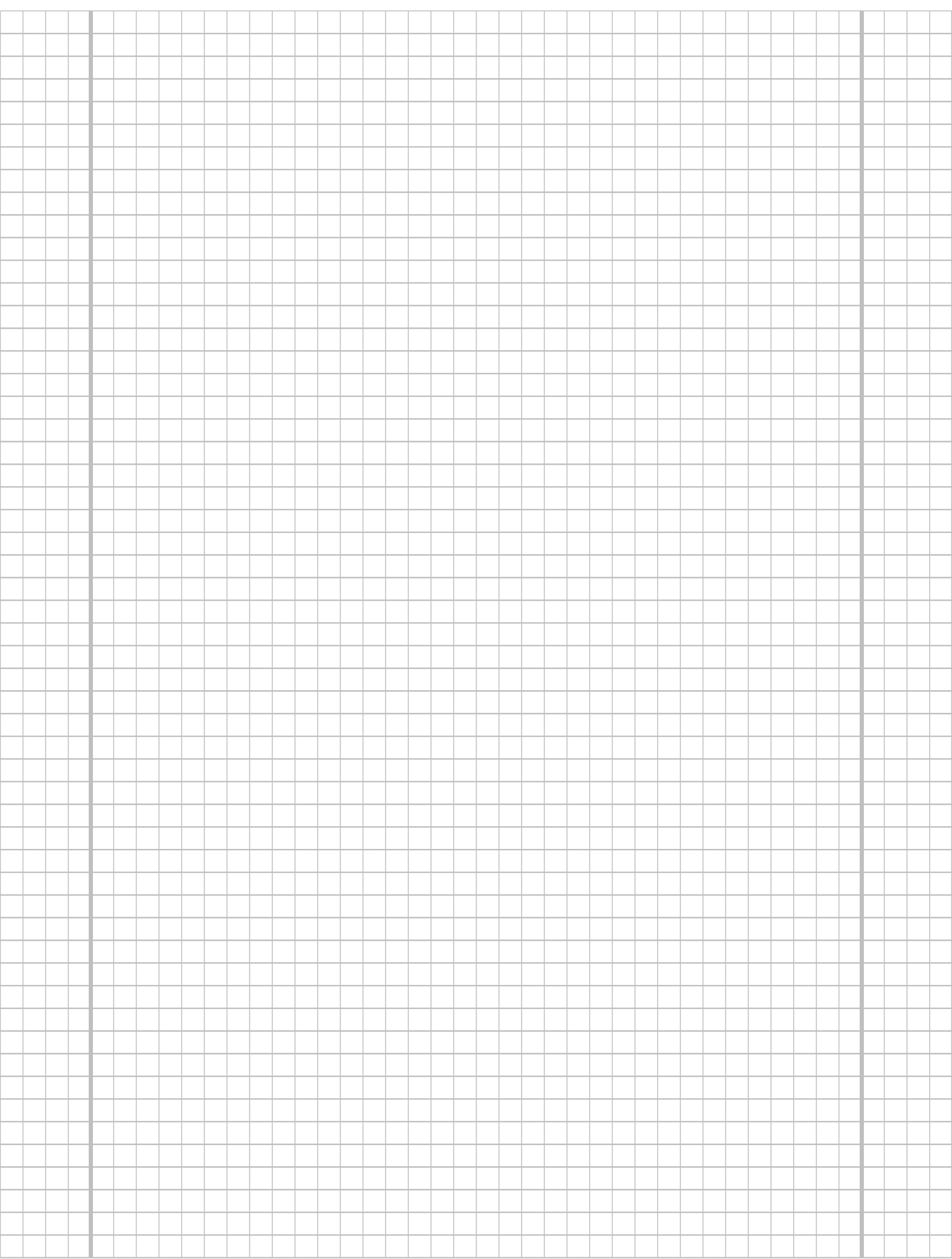
Um zu überprüfen, ob sich die Leistungsfähigkeit von NiMH-Akkus zweier verschiedener Marken unterscheidet, lässt ein Testinstitut die Ausdauer jeweils eines Akkusatzes in 10 unterschiedlichen Taschenlampenmodellen untersuchen. Es wurden dabei die folgenden Leuchtdauern (in Minuten) bis zur automatischen Abschaltung der Lampen festgestellt:

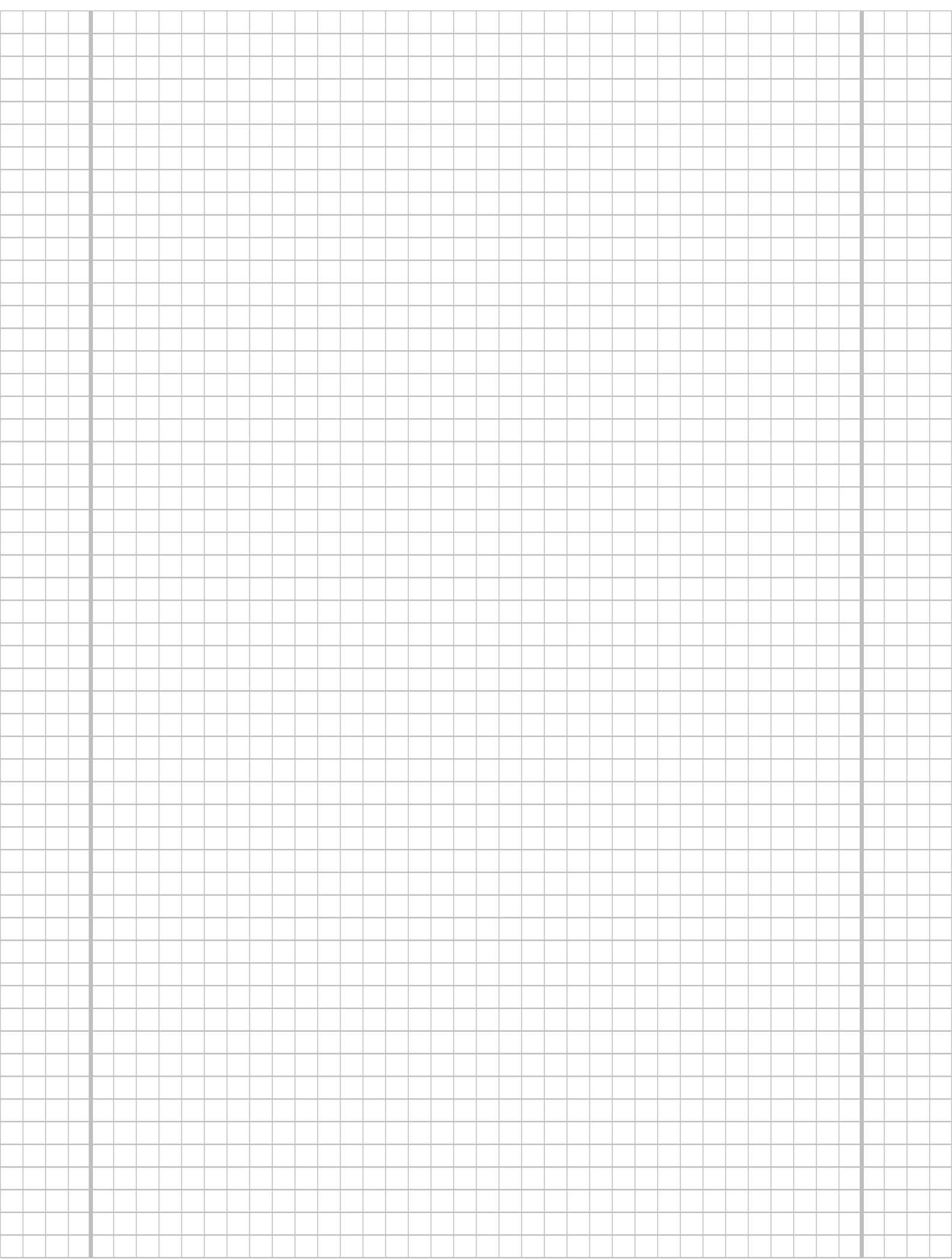
Taschenlampe i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marke A x_i^A	232	270	249	256	194	244	235	236	257	254
Marke B x_i^B	216	241	254	223	226	235	210	242	227	225

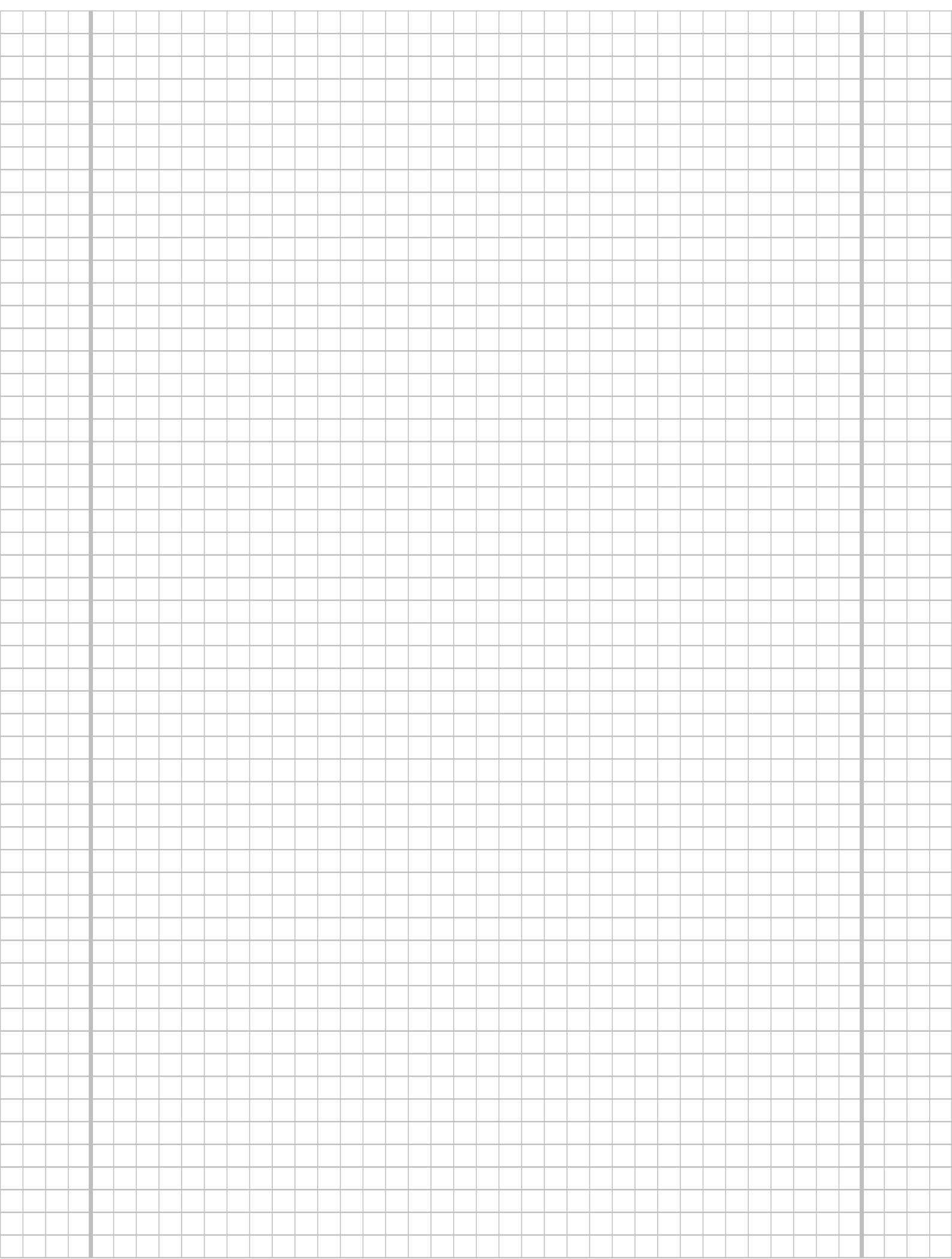
- (a) Überprüfen Sie unter der Annahme, dass die gemessenen Leuchtdauern (in Minuten) aus einer einfachen Stichprobe zur zweidimensional normalverteilten Grundgesamtheit (Y^A, Y^B) der Leuchtdauern mit Akkumarke A (Y^A) bzw. Akkumarke B (Y^B) stammen, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die Verwendung von Akkumarke A im Vergleich zu Akkumarke B durchschnittlich eine längere Leuchtdauer ermöglicht. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Nehmen Sie nun an, dass durch eine grobe Unachtsamkeit bei der Datenerhebung die Zuordnung der einzelnen Leuchtdauern zu den jeweiligen Taschenlampenmodellen verloren gegangen ist. Um die Situation zu retten, nehme man weiter an, dass mit X_1^A, \dots, X_{10}^A und X_1^B, \dots, X_{10}^B nun zwei unabhängige einfache Stichproben zu den beiden (normalverteilten) Zufallsvariablen Y^A und Y^B vorliegen. Testen Sie unter der Annahme der Varianzgleichheit von Y^A und Y^B zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ auf dieser Basis die Hypothese, dass die Verwendung von Akkumarke A im Vergleich zu Akkumarke B eine längere Leuchtdauer ermöglicht. Verwenden Sie hierzu die Stichprobenmittelwerte $\bar{x}^A = 242.7$ bzw. $\bar{x}^B = 229.9$ sowie die Stichprobenvarianzen $s_{Y^A}^2 = 431.79$ bzw. $s_{Y^B}^2 = 173.43$. Fassen Sie das Ergebnis des Tests auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (c) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob die in Teil (b) getroffene Annahme der Varianzgleichheit auf Grundlage der vorhandenen Stichprobeninformation verworfen werden muss. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (c) den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von $F(m, n)$ -Verteilungen sowie ggf. die Rechenregel $F_{m,n;p} = \frac{1}{F_{n,m;1-p}}$.

$n \setminus m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.883	240.543	241.882
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978







Aufgabe 7 (11 Punkte)

Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ überprüft werden, ob man bei einem beobachteten Stichprobenergebnis von der Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 100$ zu einer $\text{Geom}(0.45)$ -verteilten Zufallsvariablen ausgehen kann. Die Stichprobeninformation liege in Form der folgenden Häufigkeitsverteilung vor:

a_i	0	1	2	≥ 3
n_i	30	26	16	28

Führen Sie den beschriebenen Test durch. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweise:

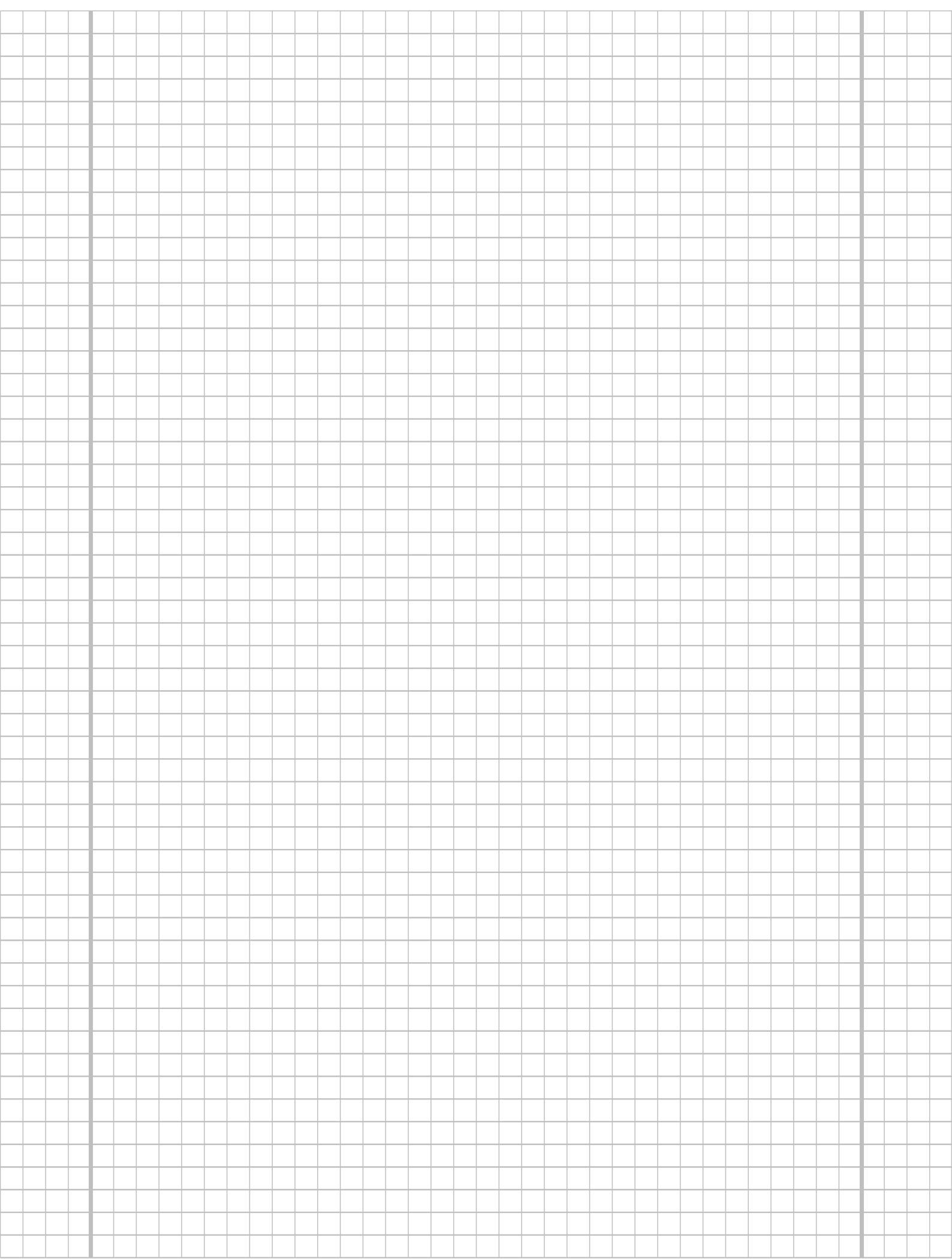
- Die geometrische Verteilung mit Parameter $p = 0.45$ hat den Träger $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, \dots\}$ und die Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$p_{\text{Geom}(0.45)} : \mathbb{N}_0 \rightarrow [0, 1]; p_{\text{Geom}(0.45)}(i) = (1 - 0.45)^i \cdot 0.45 .$$

- Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p -Quantilen von $\chi^2(n)$ -Verteilungen:

$n \setminus p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086





Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung des Umsatzes im Bauhauptgewerbe in Deutschland y_i (in Milliarden Euro) durch die Lohn- und Gehaltssumme im Bauhauptgewerbe in Deutschland x_i (in Milliarden Euro) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

Aus vorliegenden Daten zu den Jahren 2005–2012 wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

Call:

```
lm(formula = y ~ x)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-4.8207	-1.1130	-0.0814	1.8445	3.2378

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-29.558	21.821	-1.355	0.22434
x	6.038	1.149	5.256	0.00191 **

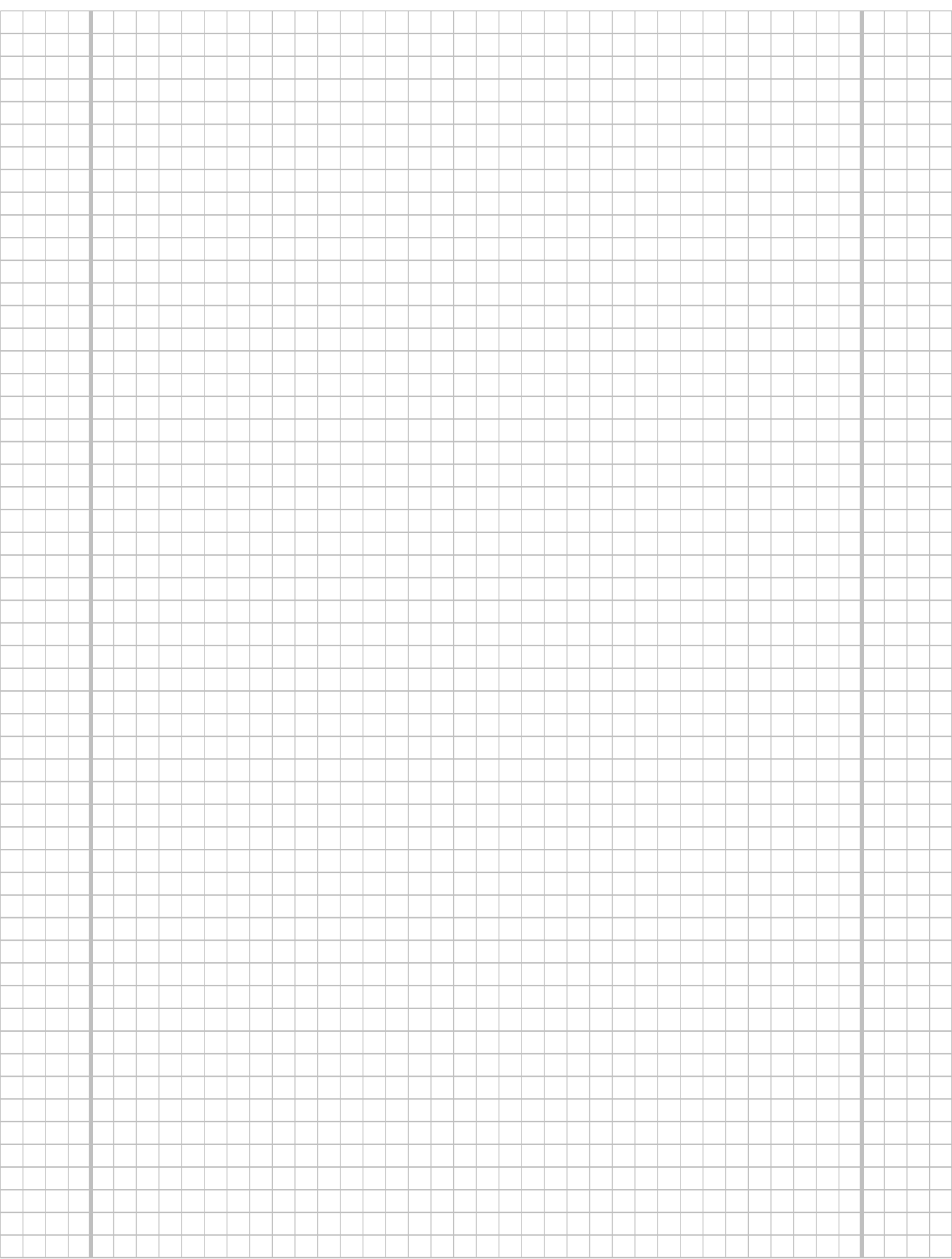
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.82 on 6 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.8216, Adjusted R-squared: 0.7918

F-statistic: 27.63 on 1 and 6 DF, p-value: 0.001908

- Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.
- Welcher Anteil der Gesamtvarianz des Umsatzes im Bauhauptgewerbe in Deutschland wird durch das lineare Modell erklärt?
- Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p -Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob β_1 signifikant von Null verschieden ist.
- Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p -Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.001$, ob β_2 signifikant positiv ist.
- Welche Umsatzhöhe im Bauhauptgewerbe (in Milliarden Euro) prognostiziert das Modell für ein Jahr mit einer Lohn- und Gehaltssumme von 20 (in Milliarden Euro)?



Aufgabe 9 (6 + 2 + 2 + 3 + 5 = 18 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

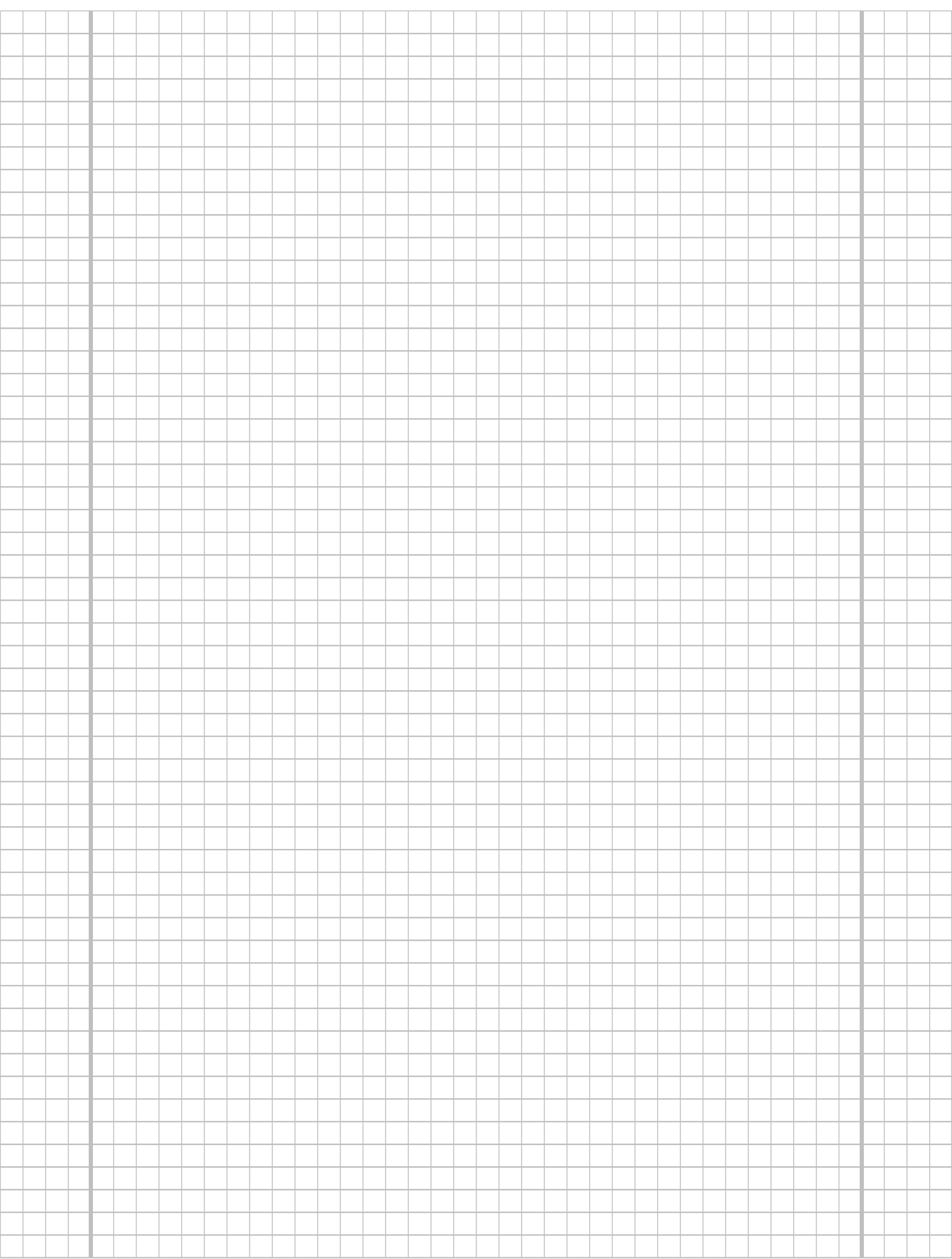
$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 25$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{25} y_i &= 224.942; & \sum_{i=1}^{25} y_i^2 &= 2625.587; & \sum_{i=1}^{25} x_i &= 87.542; \\ \sum_{i=1}^{25} x_i^2 &= 354.961; & \sum_{i=1}^{25} x_i \cdot y_i &= 666.095 \end{aligned}$$

- (a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.
- (b) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R^2 .
- (c) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.
- (d) Berechnen Sie $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^2$.
- (e) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für $E(y_0)$ gegeben $x_0 = 5$ an.





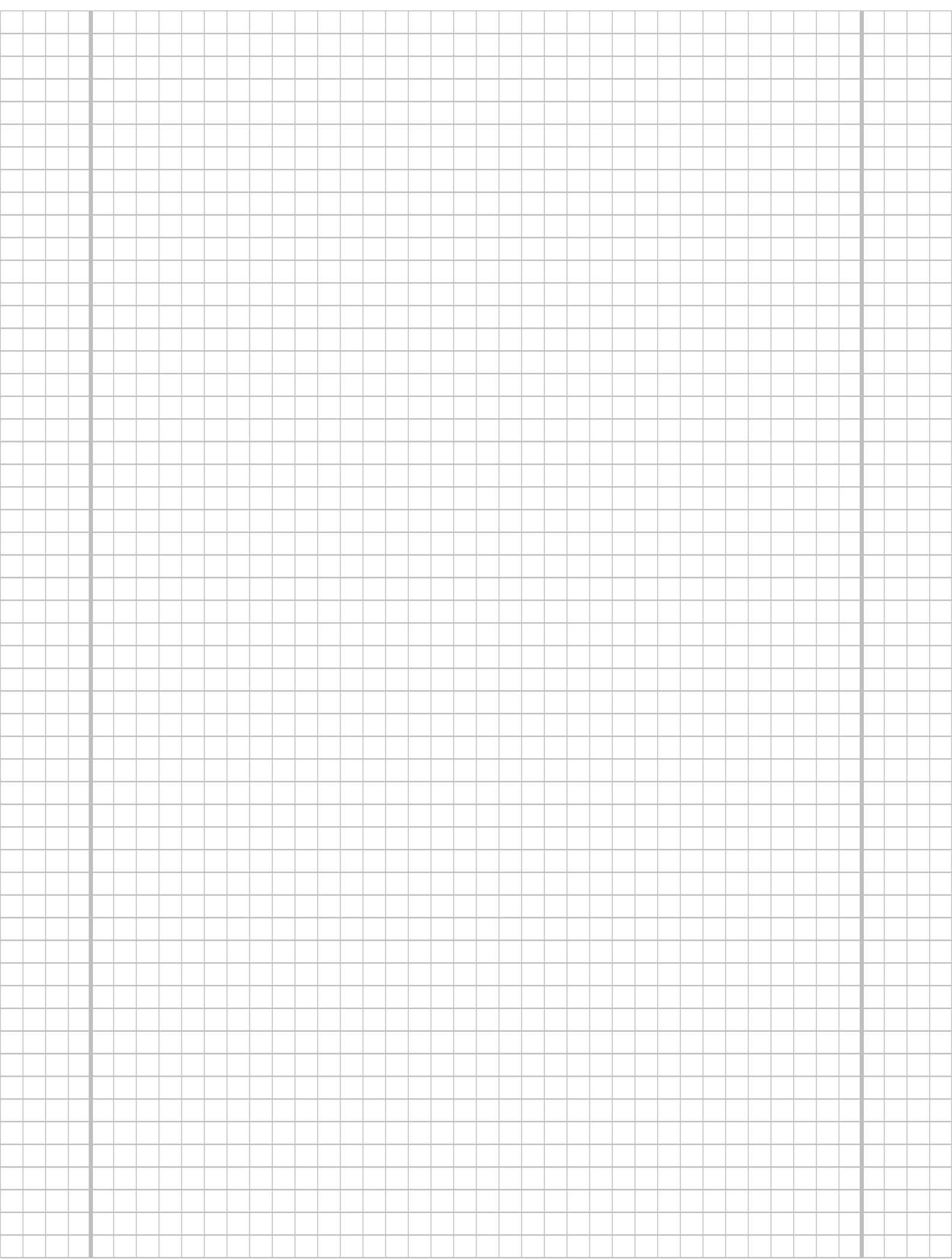


Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

p-Quantile der Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(N_p) = p$$

<i>p</i>	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
<i>N_p</i>	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

p -Quantile der $t(n)$ -Verteilungen $t_{n;p}$

$$T \sim t(n) \Rightarrow F_T(t_{n;p}) = p$$

$n \setminus p$	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
40	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
80	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
100	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
120	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
140	1.040	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611	3.361
160	1.040	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607	3.352
180	1.039	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603	3.345
200	1.039	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.340
250	1.039	1.285	1.651	1.969	2.341	2.596	3.330