

**WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES
PRÜFUNGSSEKRETARIAT**

FAKULTÄT FÜR EMPIRISCHE HUMANWISSENSCHAFTEN UND WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT
DER UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Von der/dem Studierenden auszufüllen (Bitte leserlich und in Blockschrift):

Name der Prüfung: Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Semester, dem die Prüfung zugeordnet ist: WS 2024/25 (z. B. WS 2019/2020, SS 2020)
(Prüfungen im Februar/April = WS; Prüfungen im August/Oktobre = SS)

Nachname, Vorname der/des Studierenden: _____

Matrikelnummer der/des Studierenden: _____

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.

Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.

Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.

Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Prüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Prüfung ist nicht zulässig.

Datum: _____ **Unterschrift der/des Studierenden:** _____

Von der Prüferin/Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte	Bemerkungen
1		18	
2		15	
3		11	
4		19	
5		6	
6		10	
7		15	
8		17	
9		9	
<i>Summe</i>		120	

bestanden Note: _____

nicht bestanden Unterschrift der Prüferin/des Prüfers: _____

KLAUSURHEFT ZUR
 BACHELOR-PRÜFUNG
 DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG
 WINTERSEMESTER 2024/25

apl. Prof. Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 18 + 15 + 11 + 19 + 6 + 10 + 15 + 17 + 9) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbstgestellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbstgestellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1		■	■	■	■	
2		■	■	■	■	
3					■	
4						
5				■	■	
6				■	■	
7					■	
8					■	
9				■	■	
Σ						

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

- | | wahr | falsch |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Bei kardinalskalierten Merkmalen X sind die zugehörigen Mediane niemals größer als die jeweiligen oberen Quartile. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Die Ränge $\text{rg}(X)_1, \dots, \text{rg}(X)_8$ zur (der Einfachheit halber sortierten) Urliste

sehr gut, sehr gut, gut, gut,
befriedigend, befriedigend, befriedigend, mangelhaft
des ordinalskalierten Merkmals X lauten:

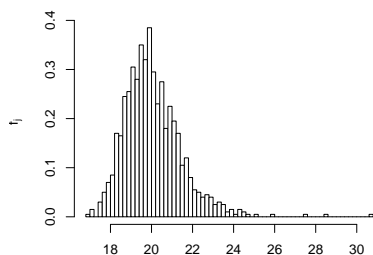
1.5, 1.5, 3.5, 3.5, 6, 6, 6, 8 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Die jährlichen Inflationsraten in Deutschland betragen in den Jahren 2021–2024 im Einzelnen 3.1%, 6.9%, 5.9% und 2.2%. Damit beträgt die durchschnittliche jährliche Inflationsrate in diesem Zeitraum (gerundet) 4.507%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Würfeln mit einem (fairen) sechsseitigen Würfel drei verschiedene Punktzahlen zu erhalten, beträgt (gerundet) 55.56%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Bei einer Statistikklausur haben 60% aller durchgefallenen Studierenden im ersten Versuch teilgenommen, 40% zum wiederholten Male. Hieraus kann man schließen, dass der Anteil der Durchgefallenen unter den Teilnehmenden im ersten Versuch größer ist als unter den Teilnehmenden, die die Prüfung zum wiederholten Male absolvierten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Ist X eine diskrete Zufallsvariable mit endlichem Träger $T(X)$, so entspricht die Anzahl der Sprungstellen der Verteilungsfunktion F_X von X stets genau der Anzahl der Elemente von $T(X)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Poisson-verteilte Zufallsvariablen sind stets leptokurtisch verteilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Die Summe vier unabhängiger $B(15, 0.1)$ -verteilter Zufallsvariablen ist $B(60, 0.4)$ -verteilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Die Varianz der Summe von zwei Zufallsvariablen ist stets mindestens so groß wie die Varianz der Differenz dieser Zufallsvariablen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

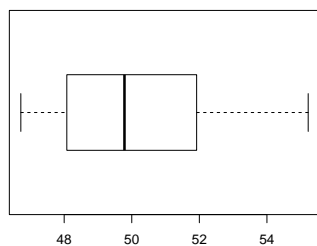
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

2. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

3. Die Anzahl der verschiedenen (achtstelligen) Zahlen, die aus den Ziffern 2, 2, 2, 4, 4, 7, 7, 8 gebildet werden können, beträgt:

- (a) 24
- (b) 1680
- (c) 18432
- (d) 50176

4. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Klausuraufgabe (5 MC-Aufgabenteile mit jeweils genau einer korrekten Antwort aus 4 Antwortmöglichkeiten) durch *rein zufälliges* Ankreuzen jeweils einer Antwortmöglichkeit (jede Antwortmöglichkeit erhalte also eine Chance von 25%) genau in einem Aufgabenteil die richtige Antwort zu markieren, beträgt (ggf. auf 2 Nachkommastellen gerundet):

- (a) 20.00%
- (b) 23.73%
- (c) 26.37%
- (d) 39.55%

5. Der zweidimensionale diskrete Zufallsvektor (X, Y) besitze 8 Trägerpunkte, die alle auf einer Geraden mit Steigung -0.05 liegen. Dann gilt:

(a) $\text{Korr}(X, Y) = -1$

(b) $\text{Korr}(X, Y) = -0.4$

(c) $\text{Korr}(X, Y) = -0.05$

(d) $\text{Korr}(X, Y) = +0.4$

Aufgabe 3 (4 + 1 + 5 + 1 = 11 Punkte)

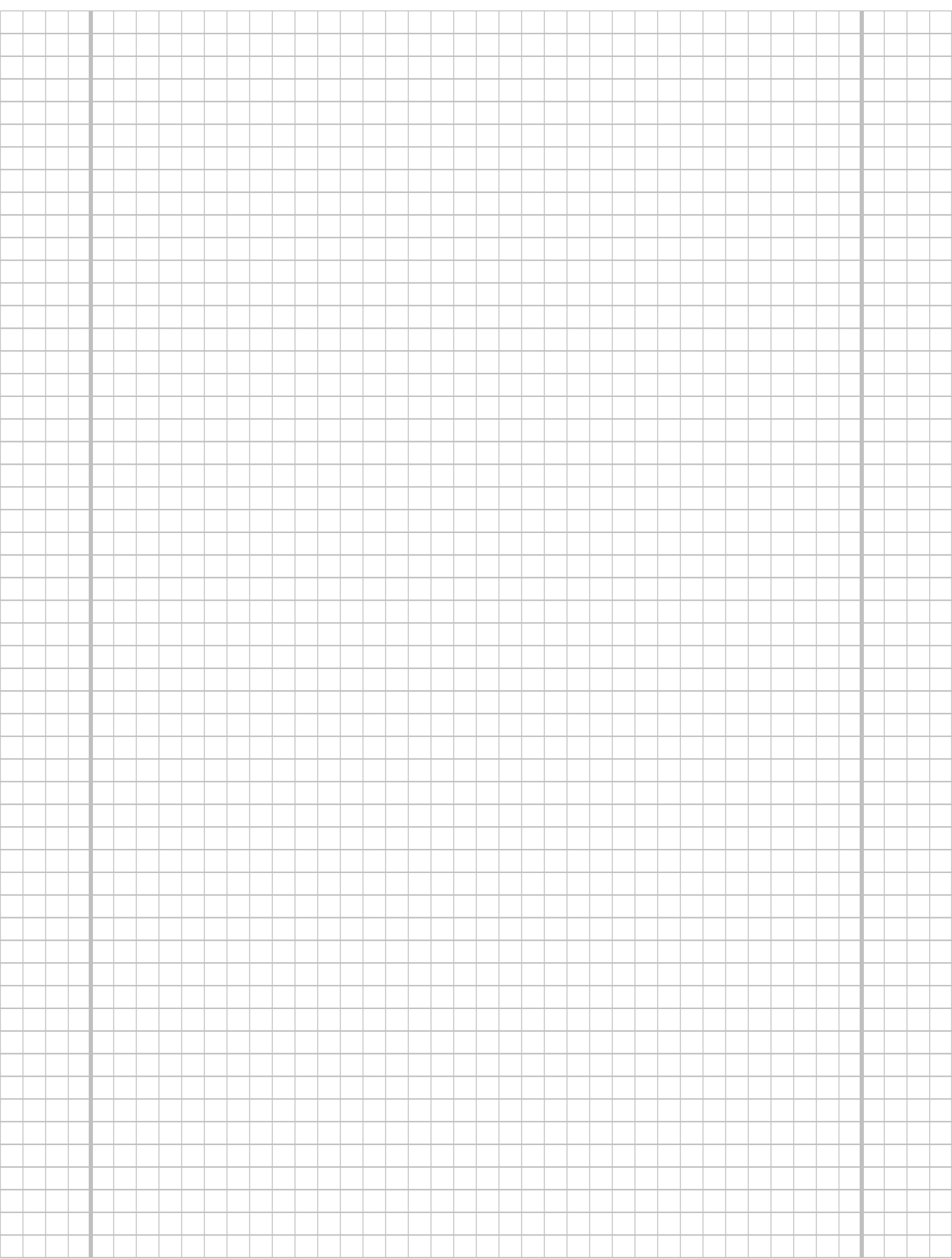
Zu einem erhobenen Merkmal X sei die folgende empirische Verteilungsfunktion gegeben:

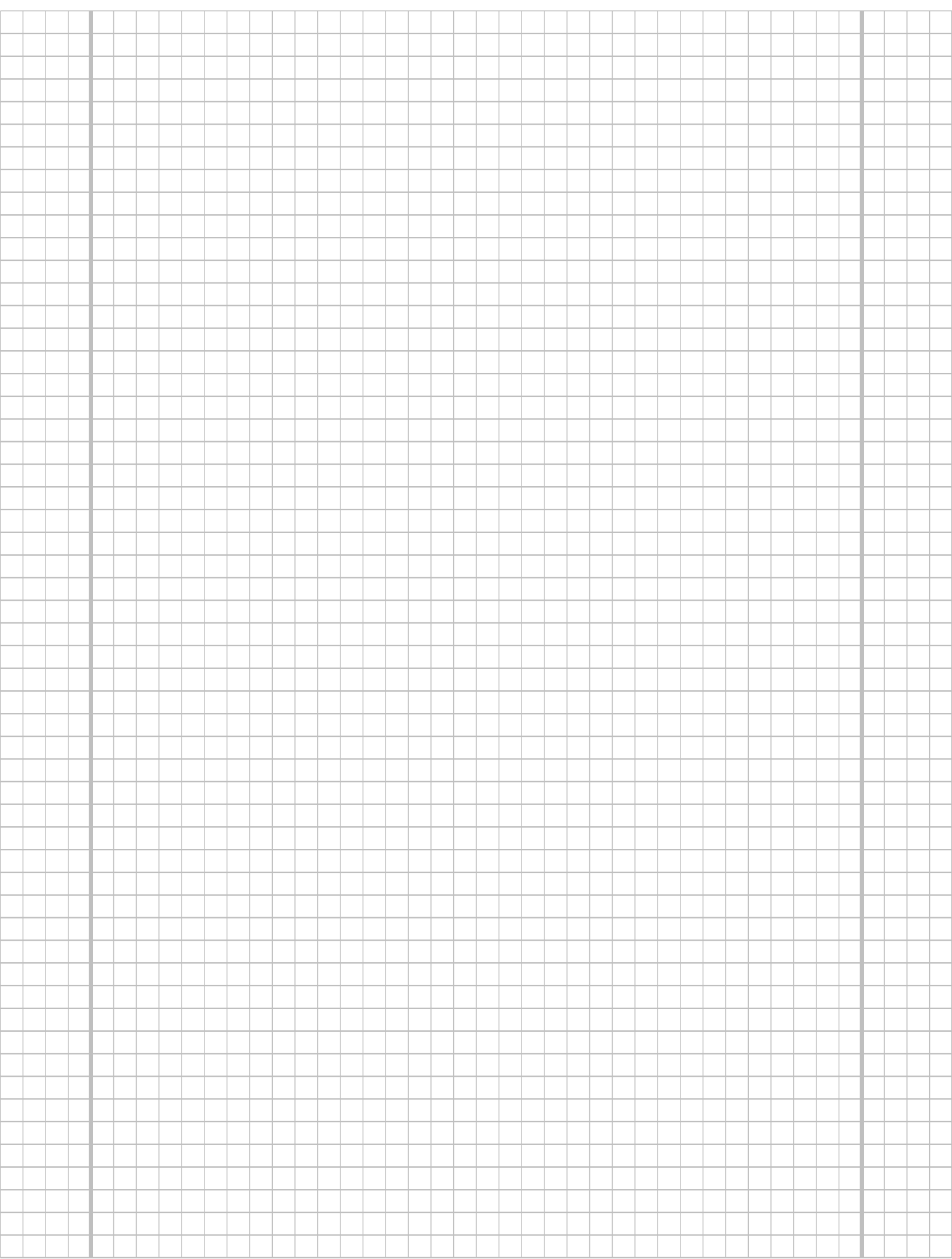
$$F(x) = \begin{cases} 0.000 & \text{für } x < 2 \\ 0.175 & \text{für } 2 \leq x < 3 \\ 0.450 & \text{für } 3 \leq x < 4 \\ 0.750 & \text{für } 4 \leq x < 5 \\ 0.975 & \text{für } 5 \leq x < 6 \\ 1.000 & \text{für } x \geq 6 \end{cases}$$

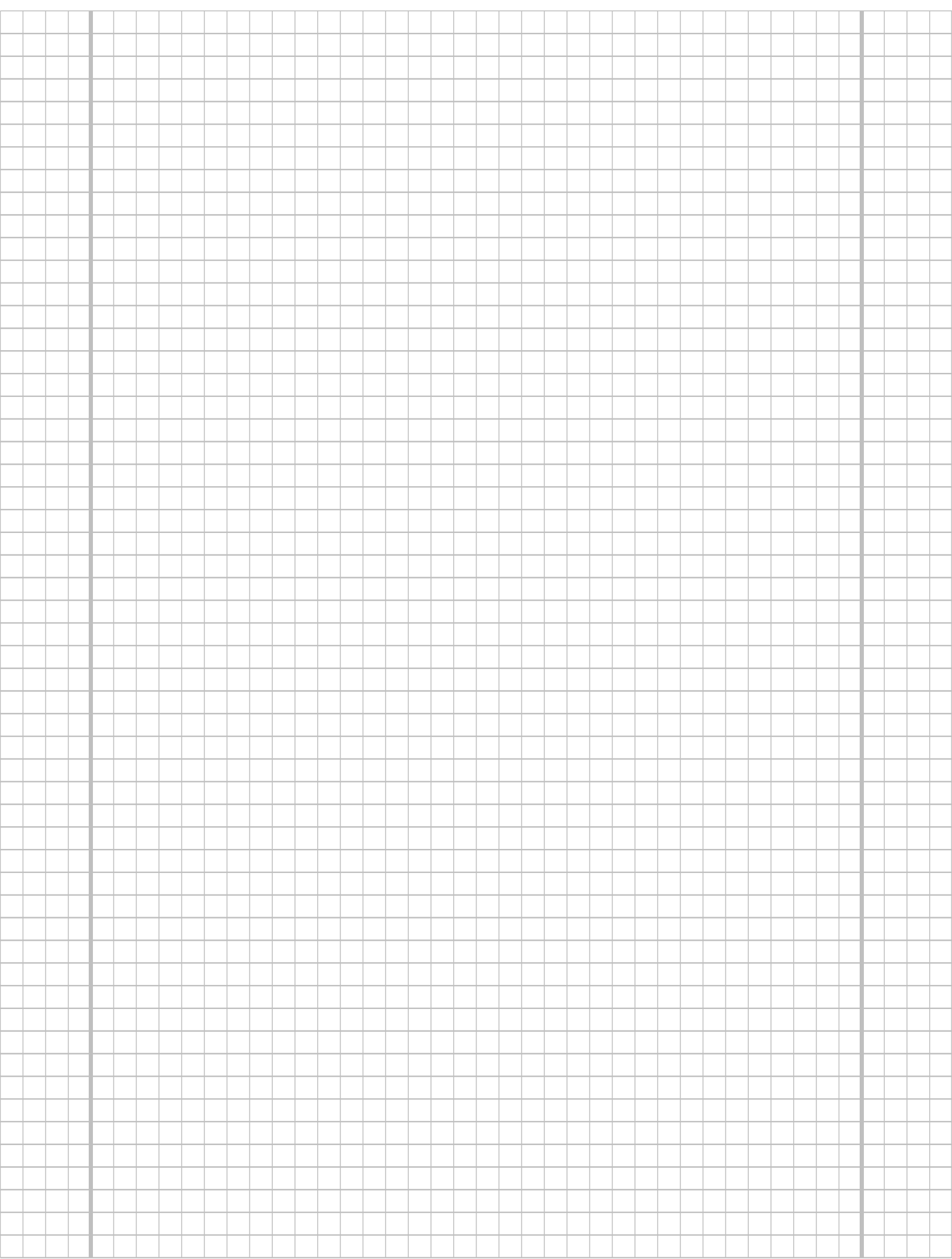
Außerdem sei die Länge der Urliste $n = 40$ bekannt.

- (a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.
- (b) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von höchstens 4 annehmen?
- (c) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X .
- (d) Bestimmen Sie ein unteres Quartil des Merkmals X .









Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 50$ gegeben:

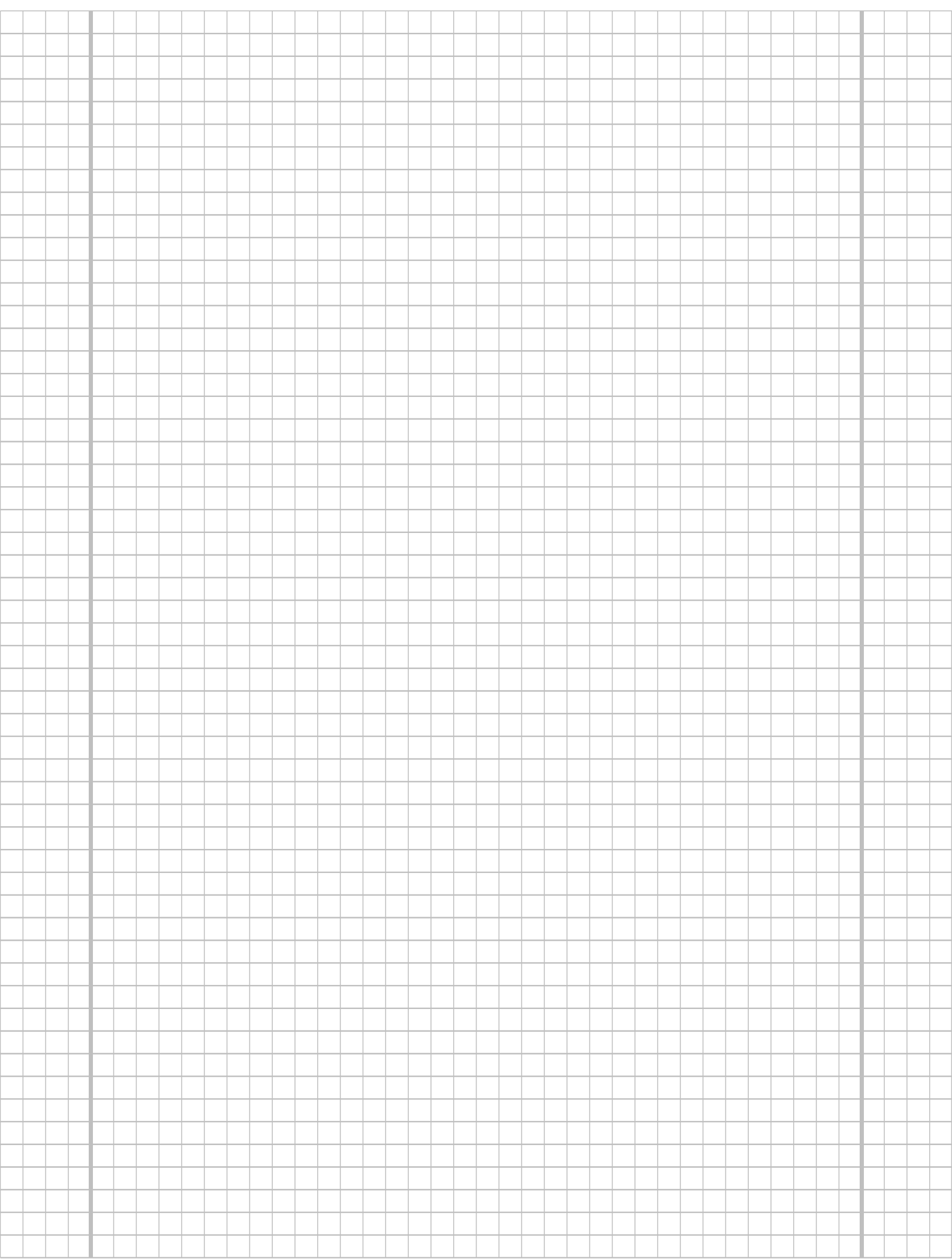
22.57, 22.62, 23.81, 29.01, 29.47, 30.18, 30.44, 30.87, 32.41, 34.04, 35.77, 35.88, 37.81, 38.14, 38.81, 38.96, 39.34, 39.48, 39.50, 39.74, 39.86, 39.88, 39.97, 40.04, 41.14, 41.49, 42.28, 42.31, 42.45, 43.90, 44.35, 44.74, 44.79, 45.08, 45.52, 45.55, 45.79, 45.91, 46.62, 46.77, 47.32, 47.35, 47.37, 48.17, 48.19, 48.28, 48.30, 48.32, 48.84, 48.84

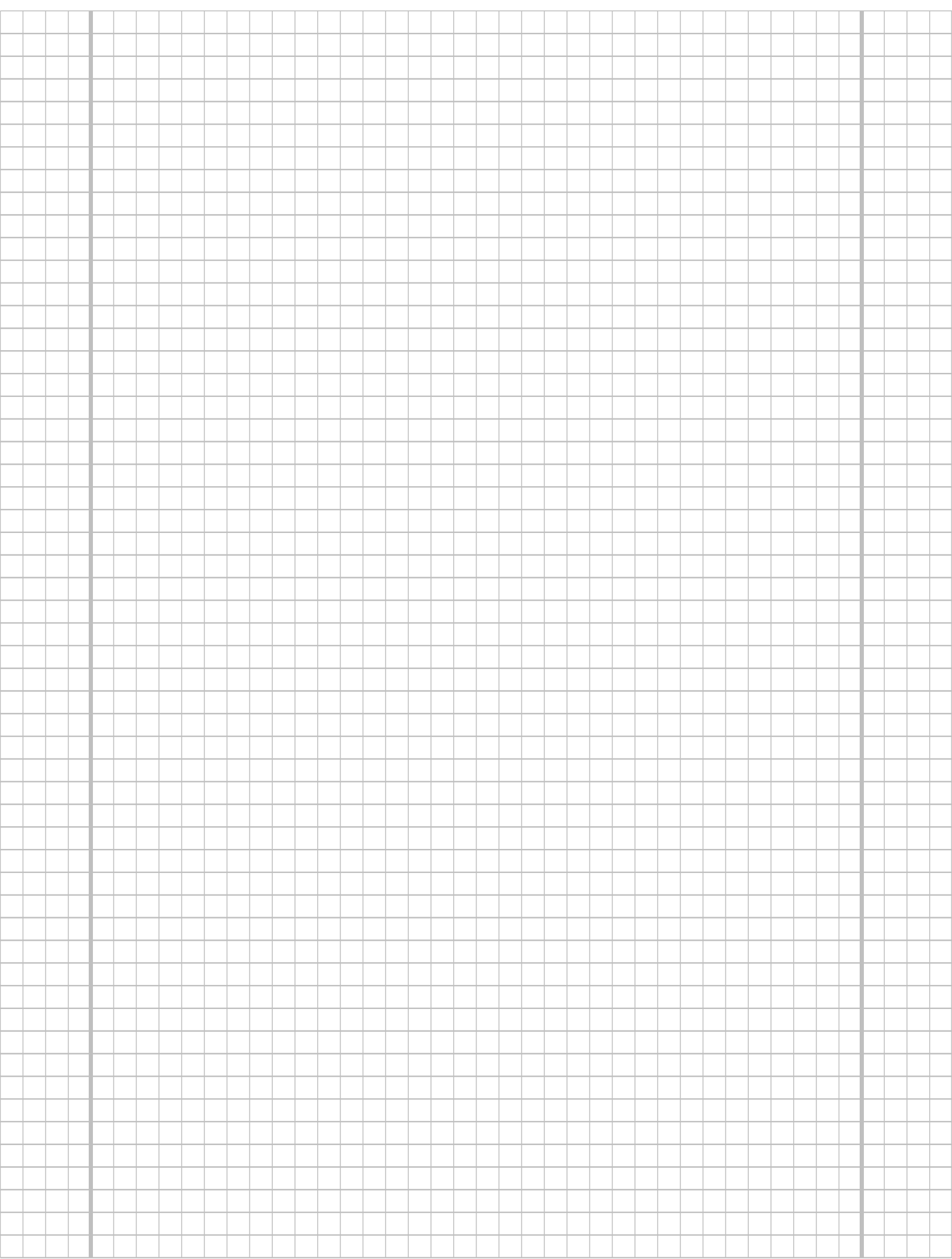
- (a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

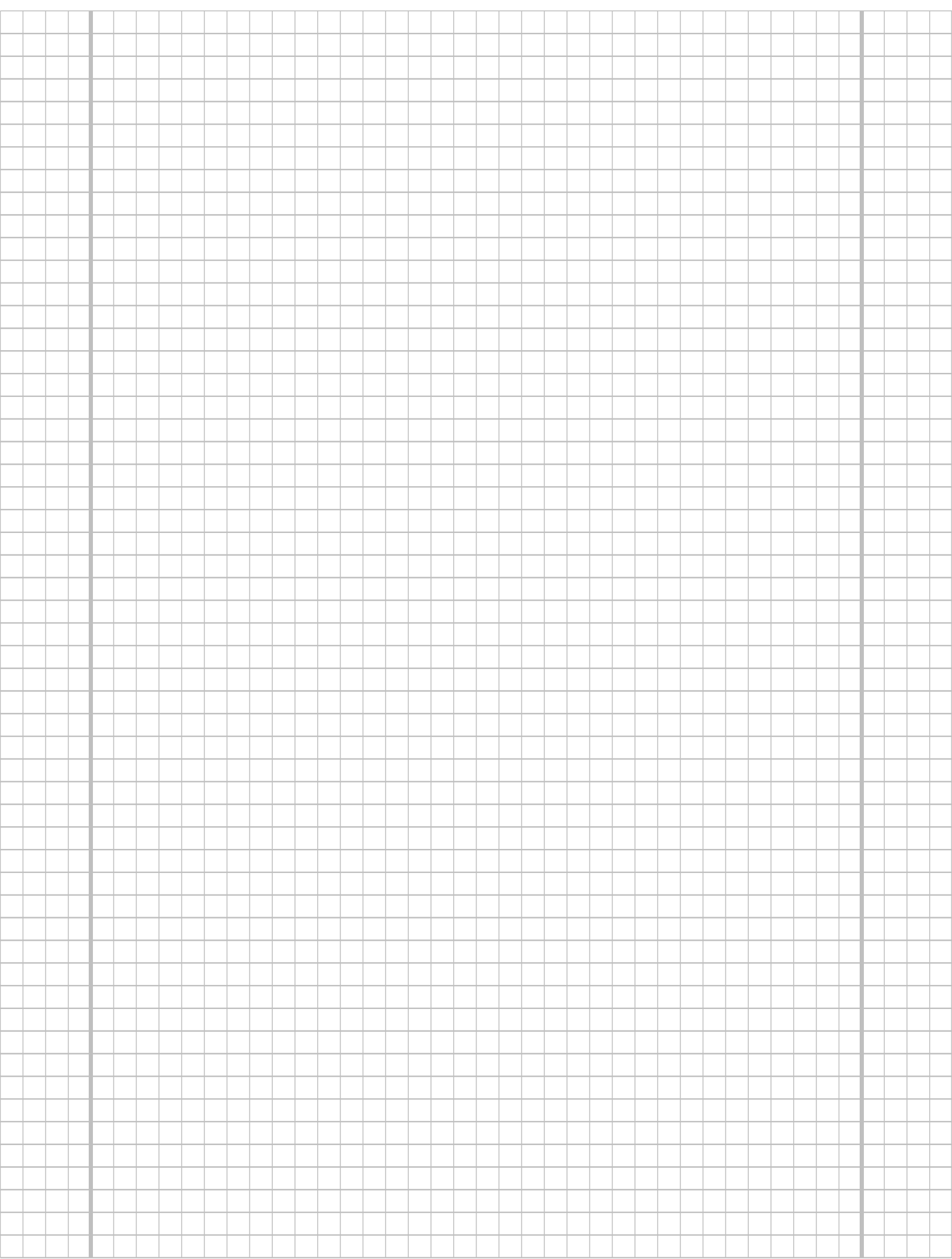
$$K_1 = (20, 30], K_2 = (30, 40], K_3 = (40, 45], K_4 = (45, 50]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

- (b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.
- (c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 40.365?
- (d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 25 und 45. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?
- (e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.





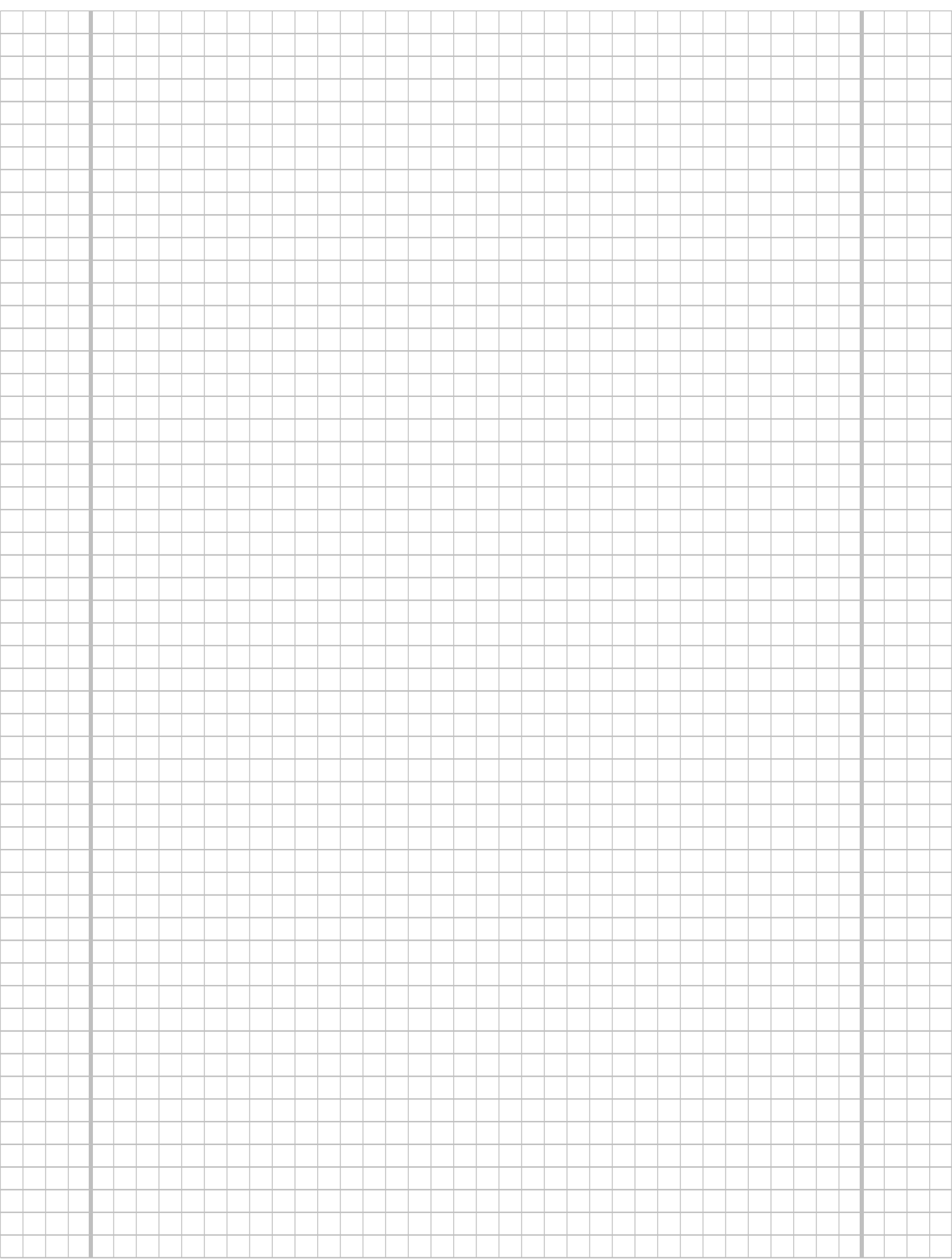


Aufgabe 5 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Bei der Herstellung von Laminat tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1.5% ein Fehler beim Zuschnitt der Dielen auf, mit einer Wahrscheinlichkeit von 2.5% ein Fehler beim Aufbringen des Dekors und mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% sowohl ein Fehler beim Zuschnitt der Dielen als auch ein Fehler beim Aufbringen des Dekors. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- (a) höchstens einer der beiden Fehler,
- (b) mindestens einer der beiden Fehler,
- (c) ein Fehler beim Zuschnitt der Dielen, aber kein Fehler beim Aufbringen des Dekors auftritt.

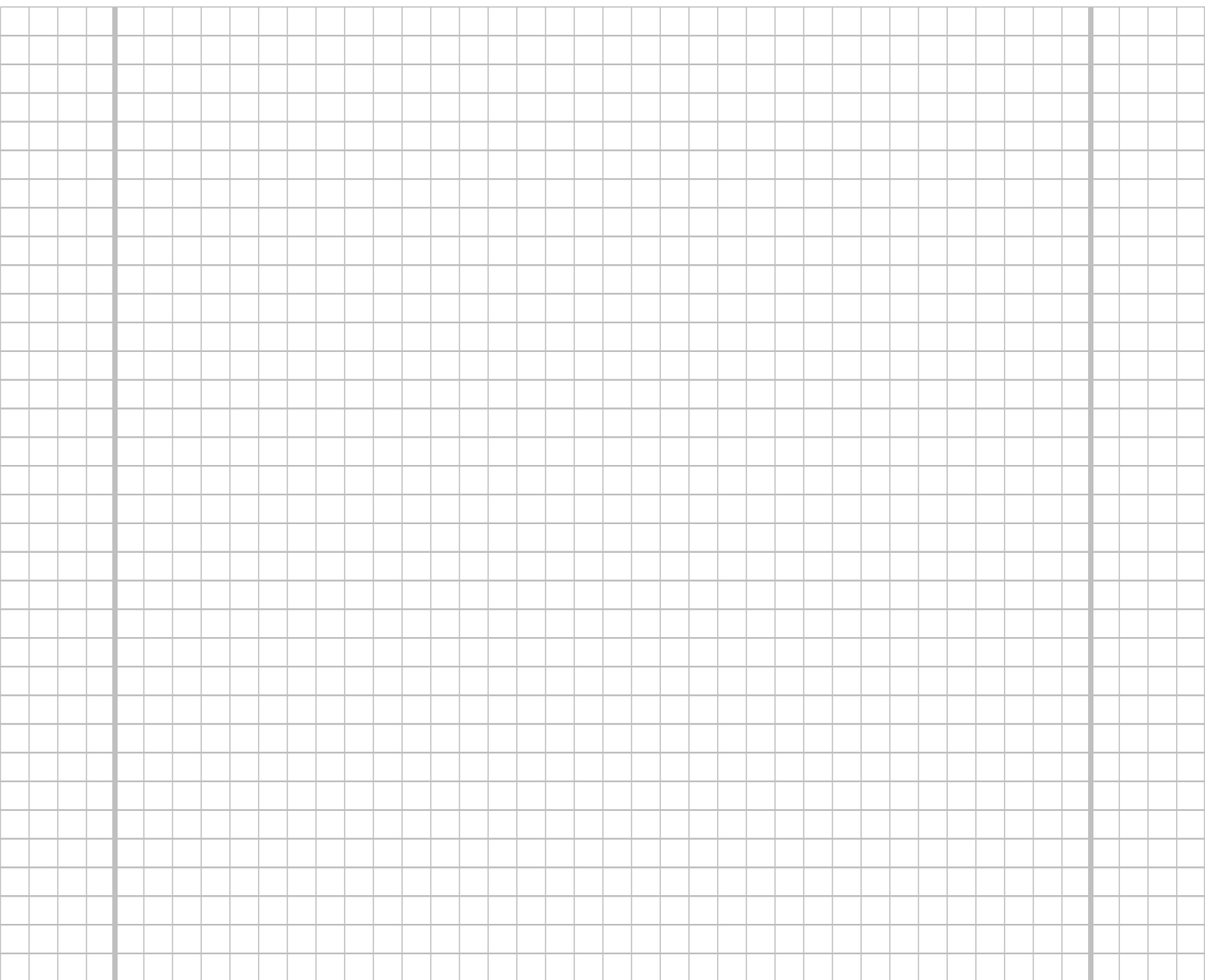


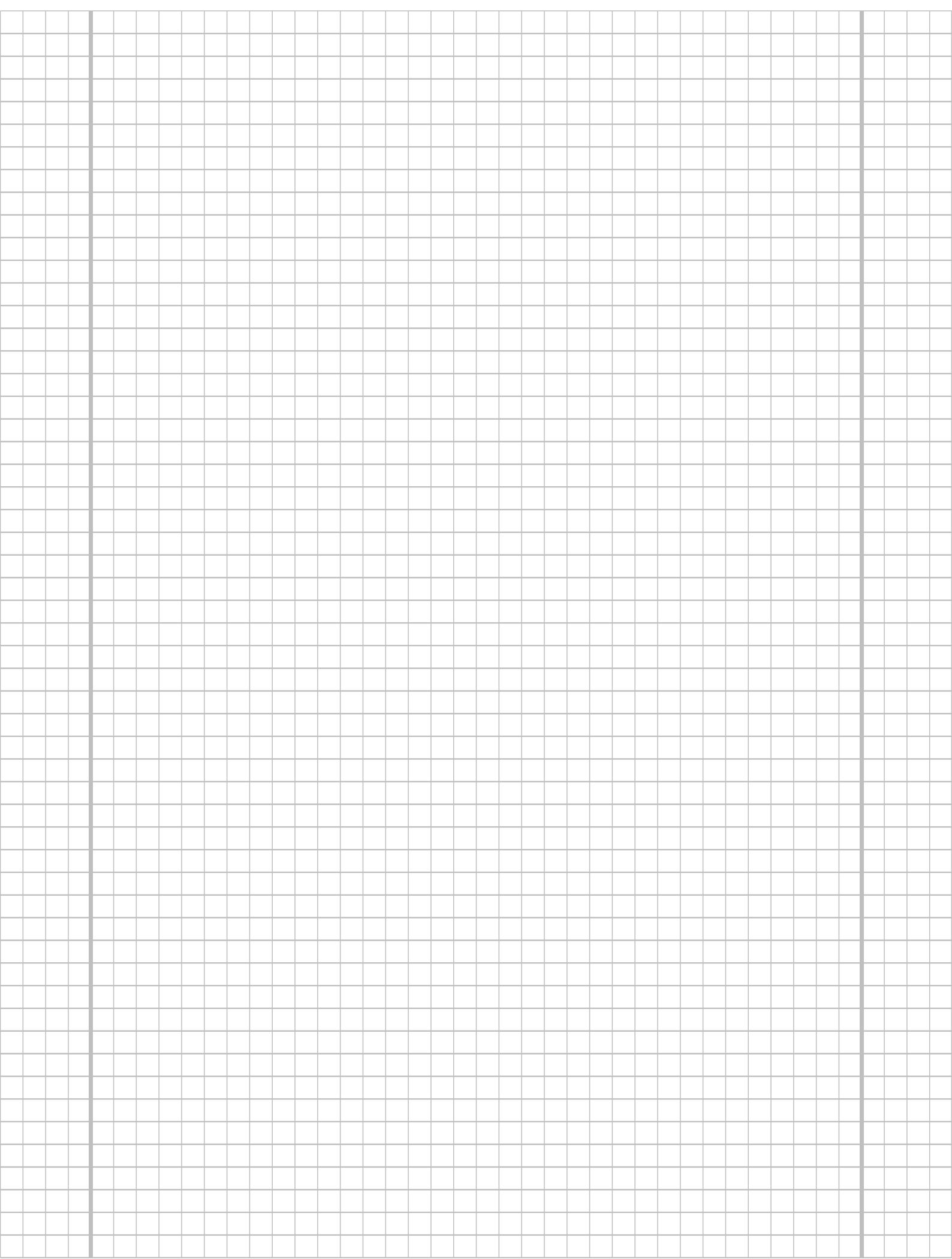


Aufgabe 6 (6 + 2 + 2 = 10 Punkte)

Ein Hersteller von Tiefkühlfertiggerichten bezieht seine Frischfischlieferungen von den vier Großhändlern A, B, C und D. Dabei werden einzelne Lieferungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 45% von Lieferant A, 15% von Lieferant B, 20% von Lieferant C und 20% von Lieferant D geliefert. Bei den anschließenden Qualitätskontrollen gibt es erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% bei Lieferant A, 3% bei Lieferant B, 2% bei Lieferant C und 3% bei Lieferant D Anlass zu Beanstandungen.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Lieferung in der Qualitätskontrolle nicht beanstandet wird?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine von der Qualitätskontrolle beanstandete Lieferung von Großhändler D geliefert wurde?
- (c) Sind die Ereignisse „Lieferung wird beanstandet“ und „Lieferung stammt von Großhändler D“ stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort!



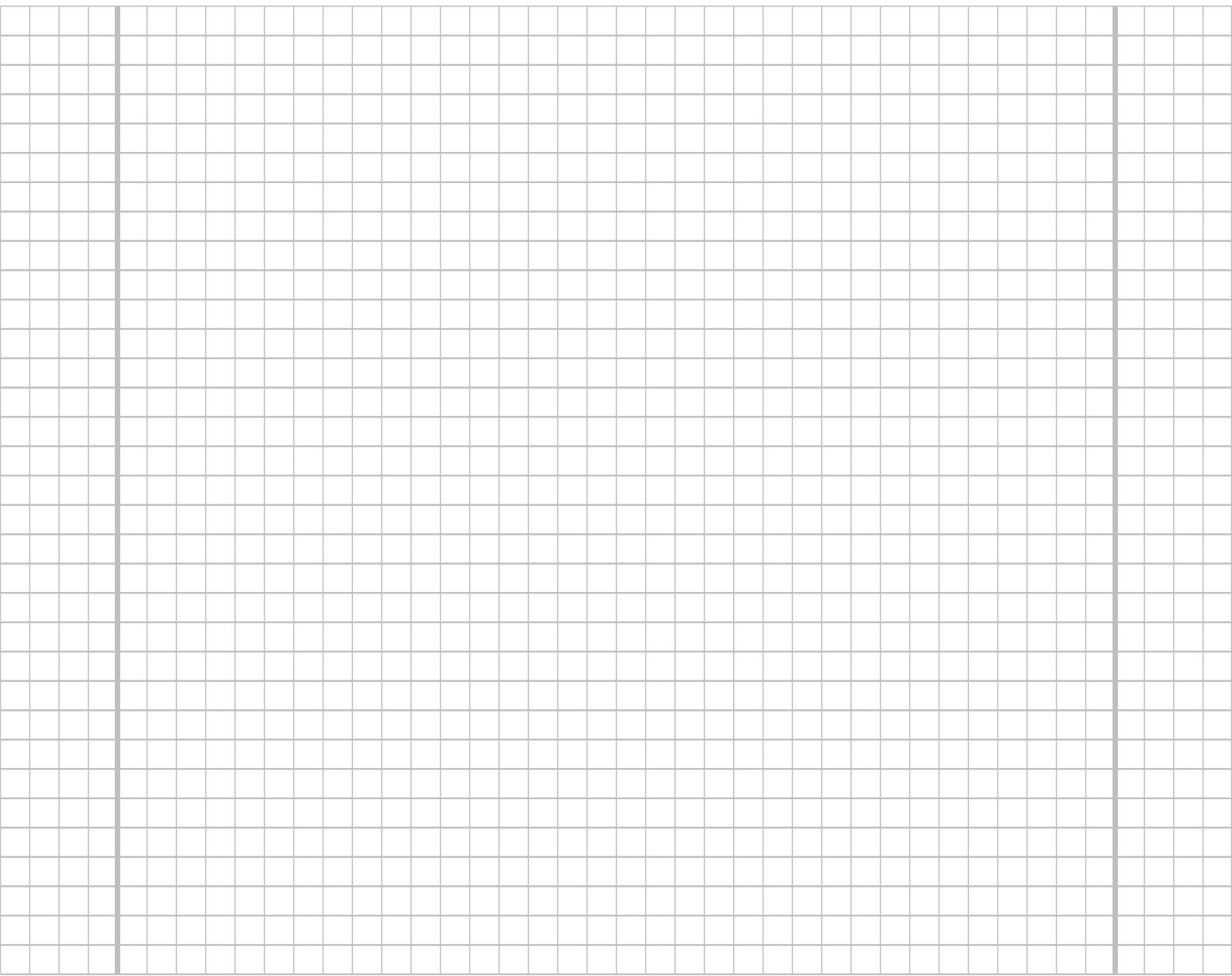


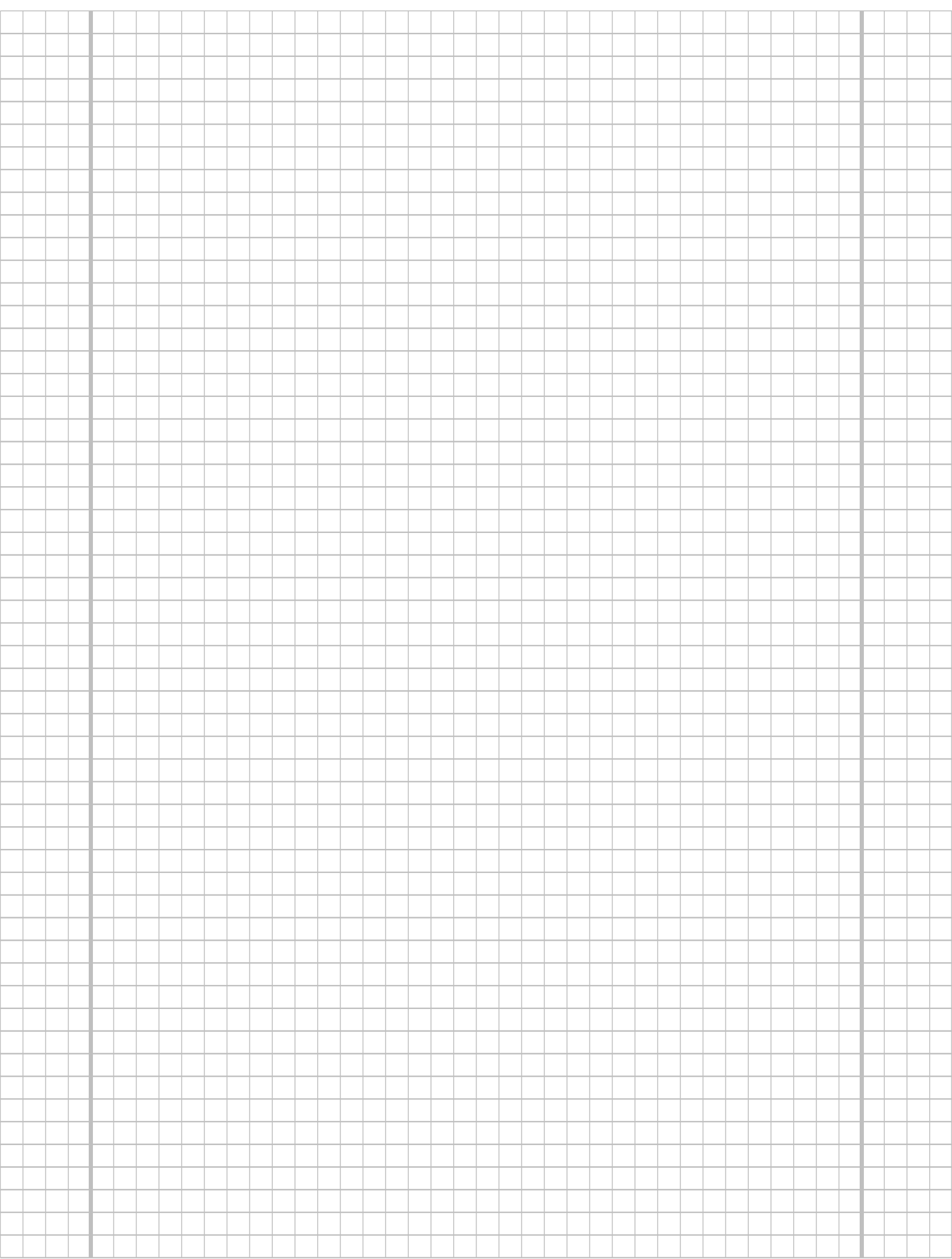
Aufgabe 7 (3 + 2 + 6 + 4 = 15 Punkte)

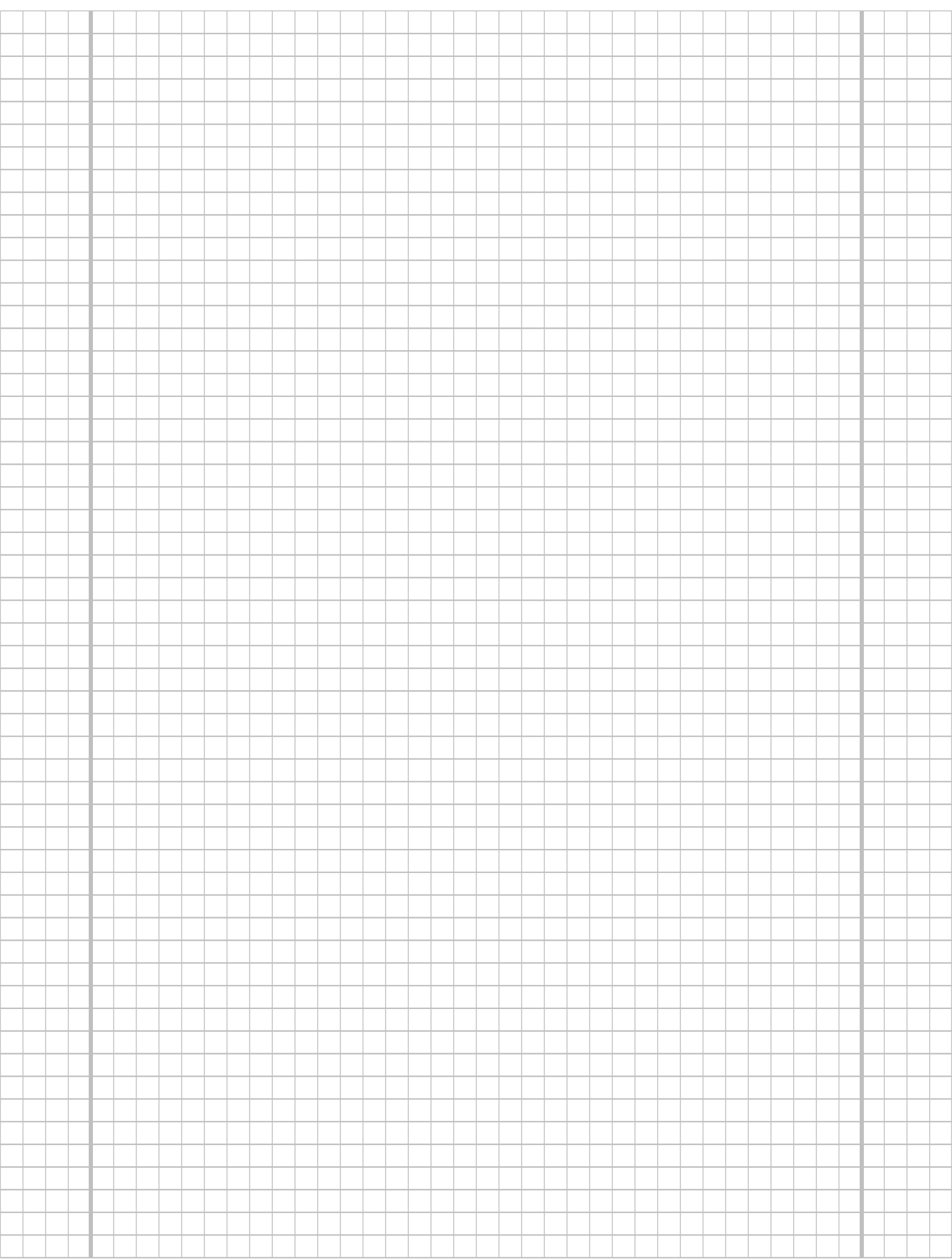
Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

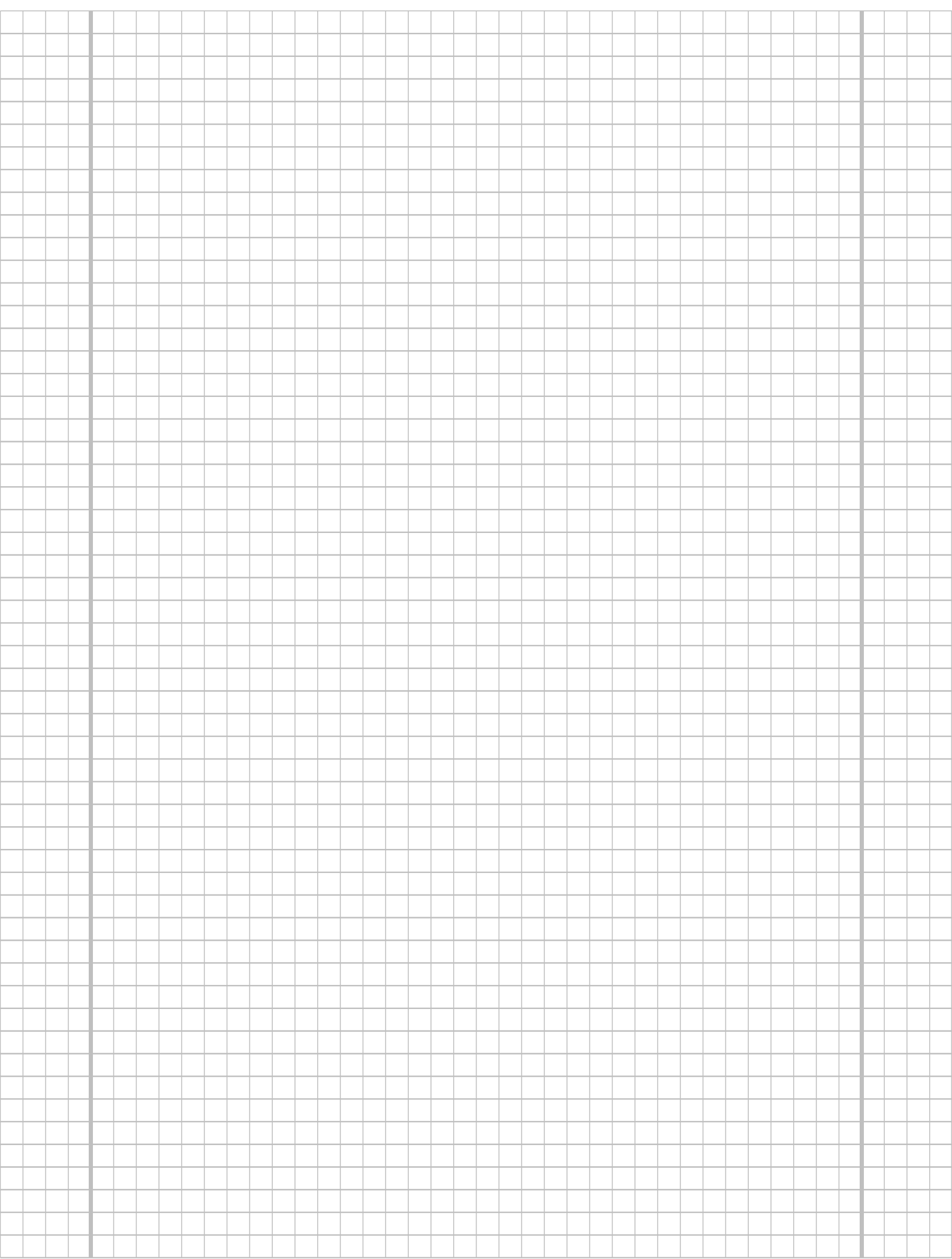
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -2 \\ \frac{1}{24}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} & \text{für } -2 < x \leq 0 \\ \frac{1}{24}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X .
- (b) Berechnen Sie $P(\{X < -\frac{1}{2}\})$ und $P(\{-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2}\})$.
- (c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$.
- (d) Bestimmen Sie das obere Quartil von X .









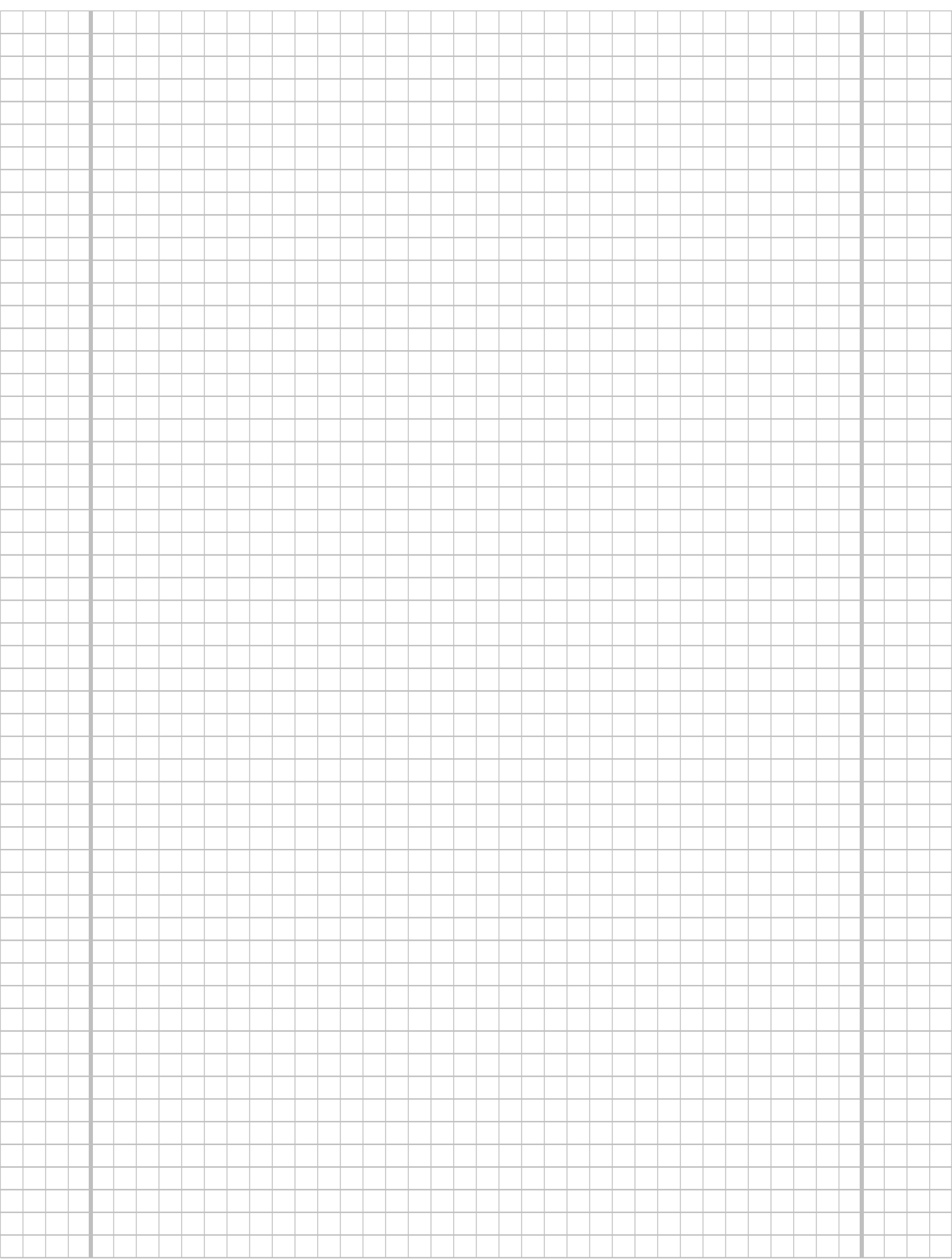
Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 3 = 17 Punkte)

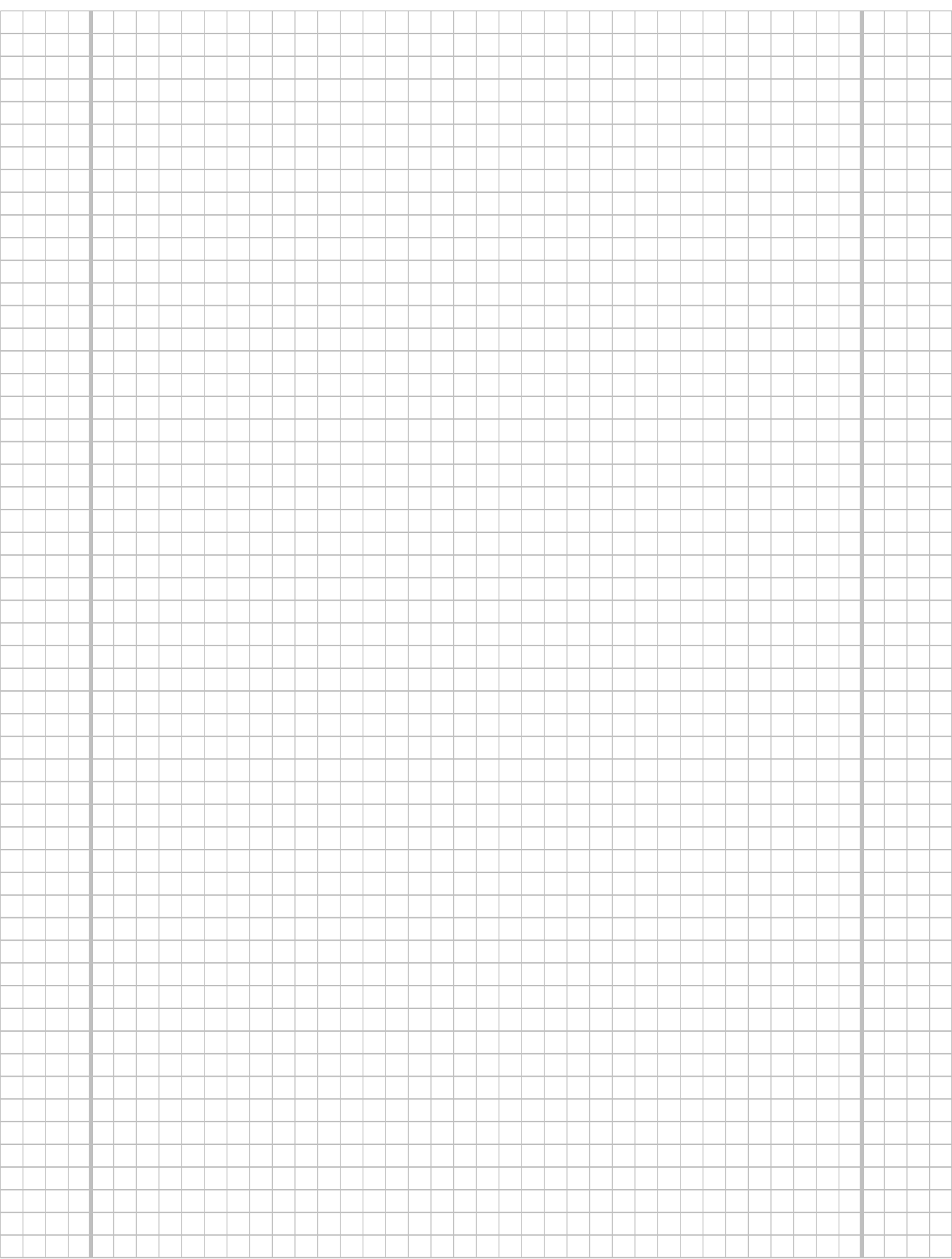
Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y) :

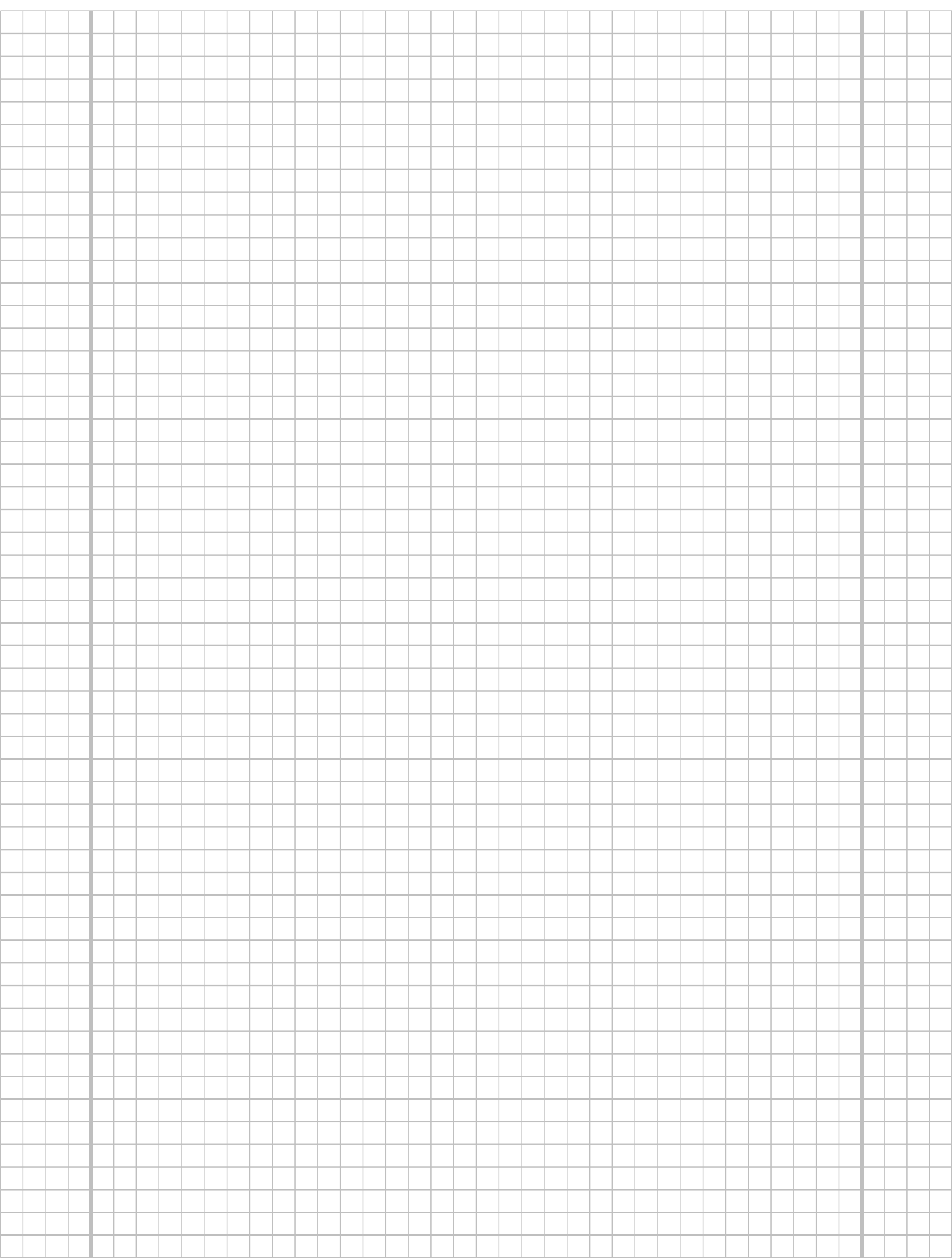
$X \setminus Y$	1	2	4	$p_{i\cdot}$
-1	0.15	0.25	0.15	
0	0.1	0.05	0.05	
1	0.05	0.05	0.15	
$p_{\cdot j}$				

- (a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.
- (b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X unter der Bedingung $Y = y_j$ für alle $y_j \in T(Y)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.
- (c) Berechnen Sie $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$, $\text{Cov}(X, Y)$ sowie $\text{Korr}(X, Y)$.
- (d) Berechnen Sie $E(2X - 3Y)$ sowie $\text{Var}(2X - 3Y)$.









Aufgabe 9 (2 + 4 + 3 = 9 Punkte)

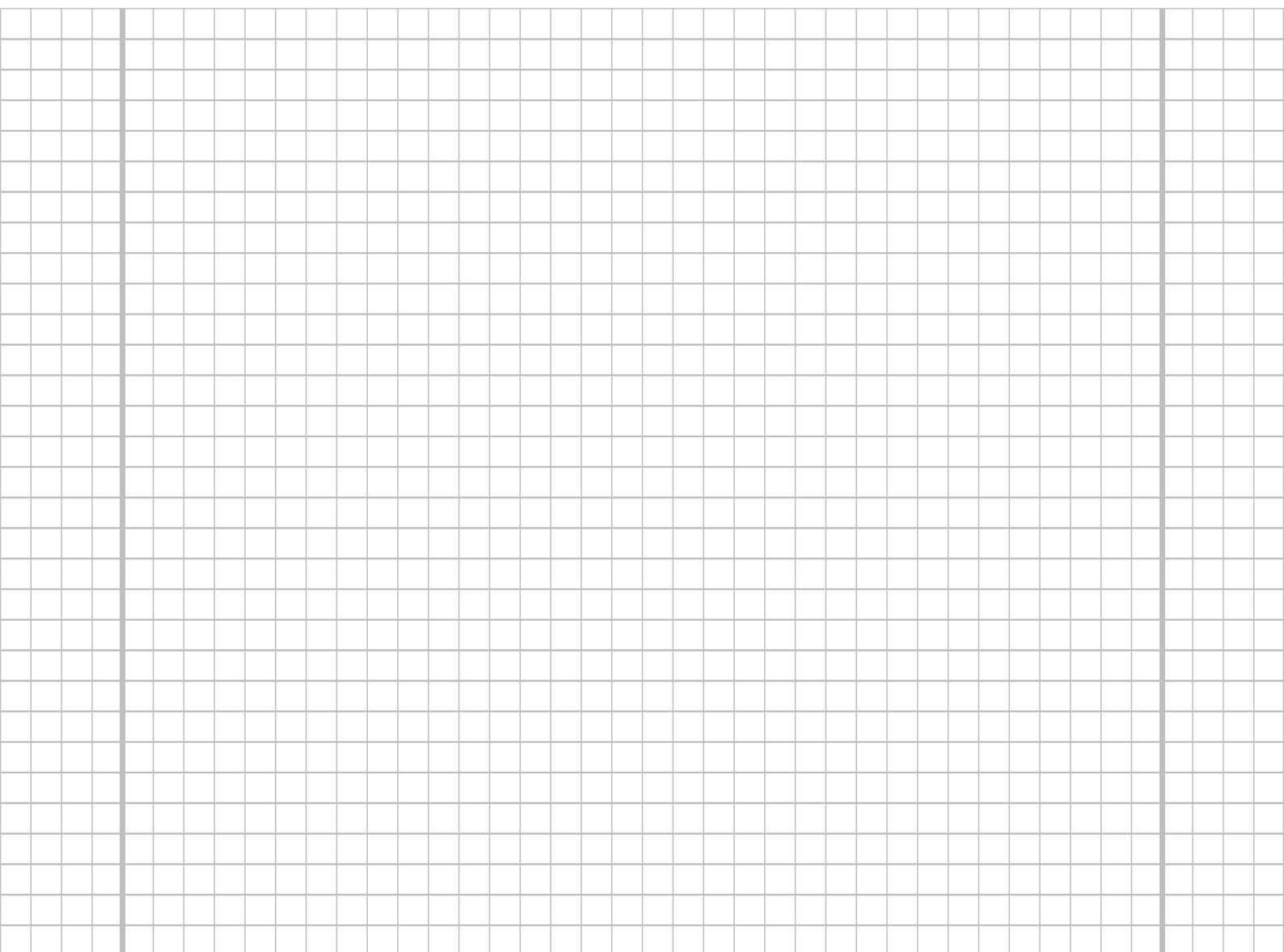
Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{96} seien unabhängig identisch Pois(6)-verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

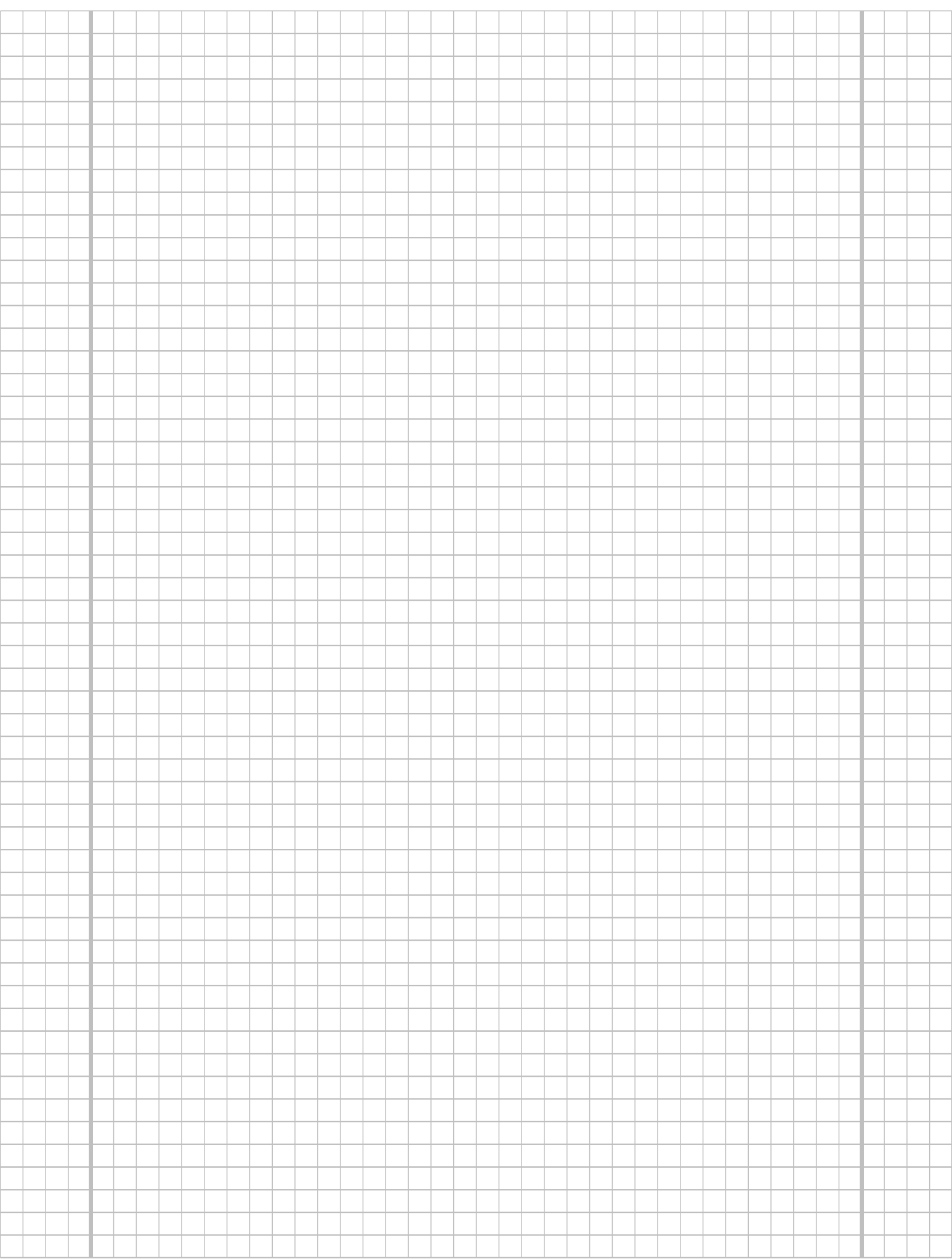
$$Y := \sum_{i=1}^{96} X_i = X_1 + \dots + X_{96}$$

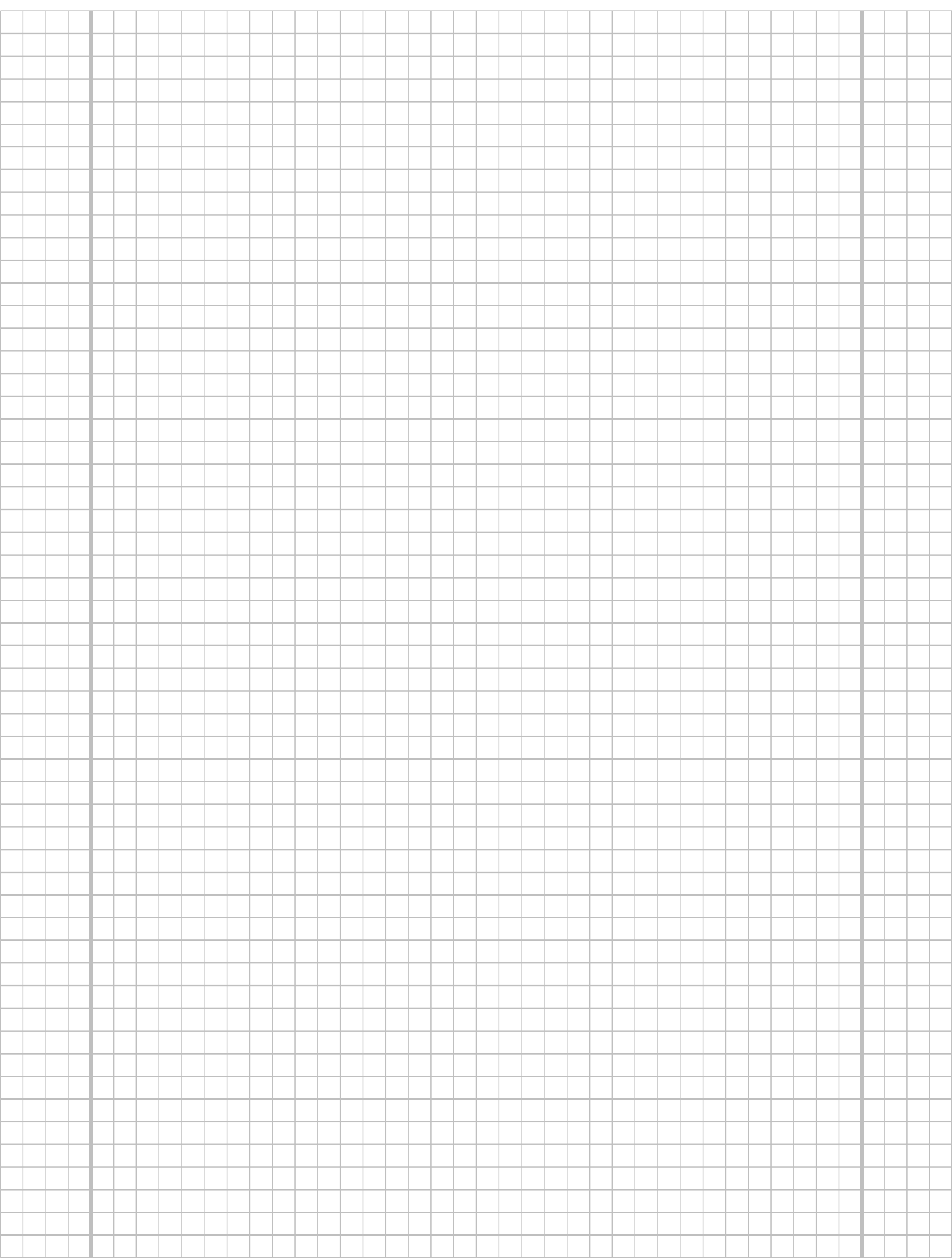
bezeichnet.

- (a) Geben Sie die (exakte) Verteilung von Y sowie deren Erwartungswert $E(Y)$ und Varianz $\text{Var}(Y)$ an.
- (b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Y Werte zwischen 550 und 600 annimmt.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.99-Quantil von Y zu bestimmen.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 28!







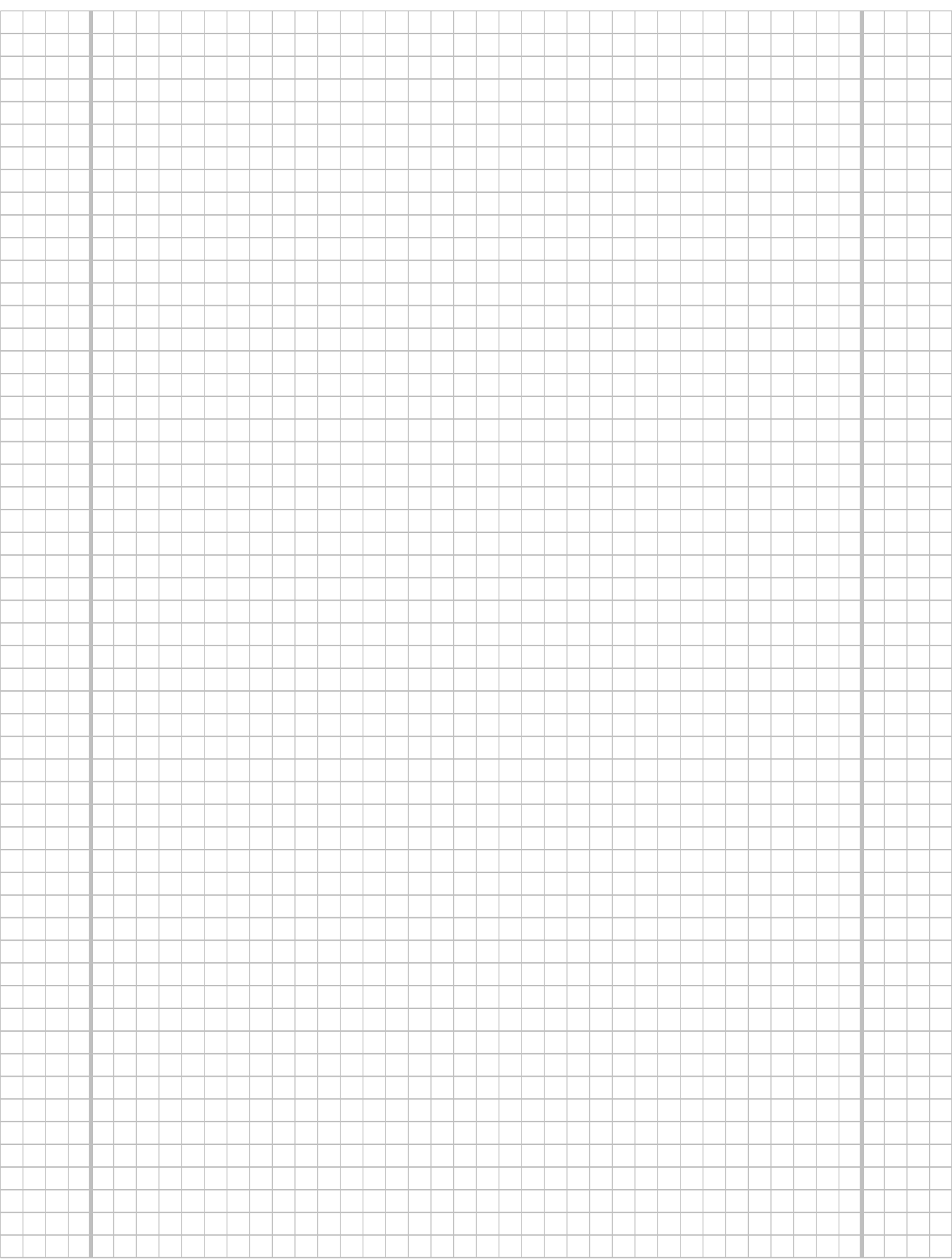


Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998