

**WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES  
PRÜFUNGSSEKRETARIAT**

FAKULTÄT FÜR EMPIRISCHE HUMANWISSENSCHAFTEN UND WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT  
DER UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

**Von der/dem Studierenden auszufüllen** (Bitte leserlich und in Blockschrift):

**Name der Prüfung:** Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung  
**Semester, dem die Prüfung zugeordnet ist:** SS 2025 (z. B. WS 2019/2020, SS 2020)  
(Prüfungen im Februar/April = WS; Prüfungen im August/Oktobre = SS)

**Nachname, Vorname der/des Studierenden:** \_\_\_\_\_  
**Matrikelnummer der/des Studierenden:** \_\_\_\_\_

**Erklärung**

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.

Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.

Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.

Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Prüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Prüfung ist nicht zulässig.

**Datum:** \_\_\_\_\_ **Unterschrift der/des Studierenden:** \_\_\_\_\_

**Von der Prüferin/Vom Prüfer auszufüllen:**

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte	Bemerkungen
1		18	
2		15	
3		14	
4		19	
5		8	
6		14	
7		7	
8		17	
9		8	
<i>Summe</i>		120	

*bestanden* Note: \_\_\_\_\_

*nicht bestanden* Unterschrift der Prüferin/des Prüfers: \_\_\_\_\_

KLAUSURHEFT ZUR  
 BACHELOR-PRÜFUNG  
 DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG  
 SOMMERSEMESTER 2025

apl. Prof. Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 18 + 15 + 14 + 19 + 8 + 14 + 7 + 17 + 8) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbstgestaltete DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbstgestaltete (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

<b>Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben</b>						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	$\Sigma$
1		■	■	■	■	
2		■	■	■	■	
3						
4						
5				■	■	
6					■	
7					■	
8					■	
9				■	■	
$\Sigma$						

**Aufgabe 1** (18 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

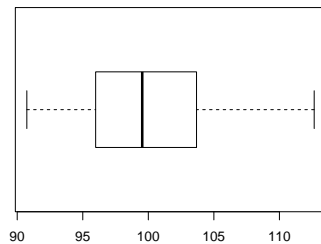
- |  | wahr                     | falsch                   |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Die Bestimmung von Medianen ist für (nur) nominalskalierte Merkmale im Allgemeinen nicht möglich.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Empirische Verteilungsfunktionen $F$ (von nicht klassierten Merkmalen) sind stets Treppenfunktionen, deren Sprungstellen durch die $m$ Merkmalsausprägungen $a_1, \dots, a_m$ des zugehörigen Merkmals gegeben sind.                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Für die ersten fünf Elfmeter eines Elfmeterschießens werden aus einer Mannschaft 5 von 11 Spielern als Schützen ausgewählt sowie die Reihenfolge festgelegt, in der diese 5 Schützen antreten. Hierfür gibt es 55440 Möglichkeiten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Es seien $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$ zwei beliebige Ereignisse. Dann gilt stets:<br>$P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = P(A)$  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Beim Würfeln mit einem (fairen) sechsseitigen Würfel sind die Ereignisse $A = \{2, 4, 6\}$ und $B = \{1, 2, 3\}$ stochastisch unabhängig.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Ist $X$ eine Zufallsvariable mit $\text{Var}(X) = 6$ , so gilt für die Zufallsvariable $Y := 3X + 7$ stets $\text{Var}(Y) = 18$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Normalverteilte Zufallsvariablen sind stets symmetrisch (um ihren Erwartungswert) verteilt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Für die Zufallsvariablen $X$ und $Y$ gelte $\text{Cov}(X, Y) \neq 0$ . Dann sind $X$ und $Y$ nicht stochastisch unabhängig.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. Ist die Kovarianz zweier Zufallsvariablen $X$ und $Y$ positiv, so ist die Varianz der Summe von $X$ und $Y$ größer als die Summe der einzelnen Varianzen (von $X$ und $Y$ ).  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**Aufgabe 2** (15 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

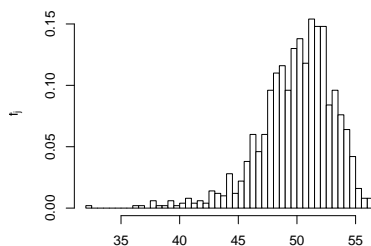
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

2. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

3. Von den beiden Ereignissen  $A$  und  $B$  eines Wahrscheinlichkeitsraums  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  sei bekannt, dass

- mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{3}$  Ereignis  $A$ , aber nicht Ereignis  $B$  eintritt,
- mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{4}$  Ereignis  $B$ , aber nicht Ereignis  $A$  eintritt,
- (mindestens) eines der beiden Ereignisse stets eintritt.

Damit

- (a) tritt das Ereignis  $A \cap B$  mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{5}{12}$  ein.
- (b) tritt das Ereignis  $A \cap B$  mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{3}$  ein.
- (c) tritt das Ereignis  $A \cap B$  mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{3}{4}$  ein.
- (d) kann die Wahrscheinlichkeit von  $A \cap B$  nicht bestimmt werden.

4. Bei der Aufstellung eines Listenvorschlags zu einer Kommunalwahl sollen die 3 weiblichen und 3 männlichen Kandidat(inn)en so auf die 6 Listenplätze verteilt werden, dass sich die Geschlechter jeweils abwechseln. Damit beträgt die Anzahl der möglichen Listenanordnungen

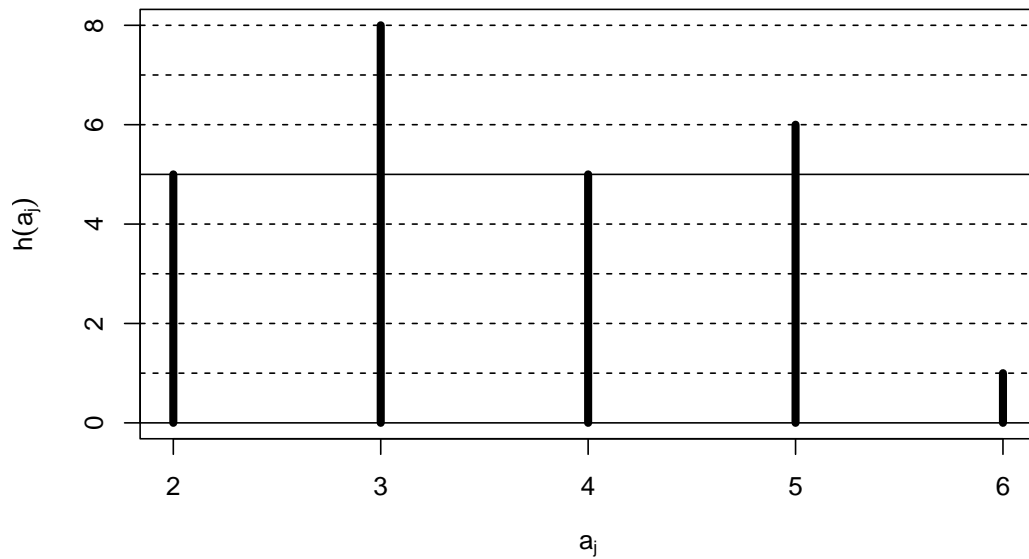
- (a) 12.
- (b) 20.
- (c) 72.
- (d) 720.

5. Sind  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X_3$  drei stochastisch unabhängige Zufallsvariablen mit  $X_1 \sim B(40, 0.2)$ ,  $X_2 \sim B(50, 0.2)$  und  $X_3 \sim B(60, 0.2)$ , dann ist die Verteilung von  $X_1 + X_2 + X_3$  eine

- (a)  $B(50, 0.2)$ -Verteilung.
- (b)  $B(50, 0.6)$ -Verteilung.
- (c)  $B(150, 0.2)$ -Verteilung.
- (d)  $B(150, 0.6)$ -Verteilung.

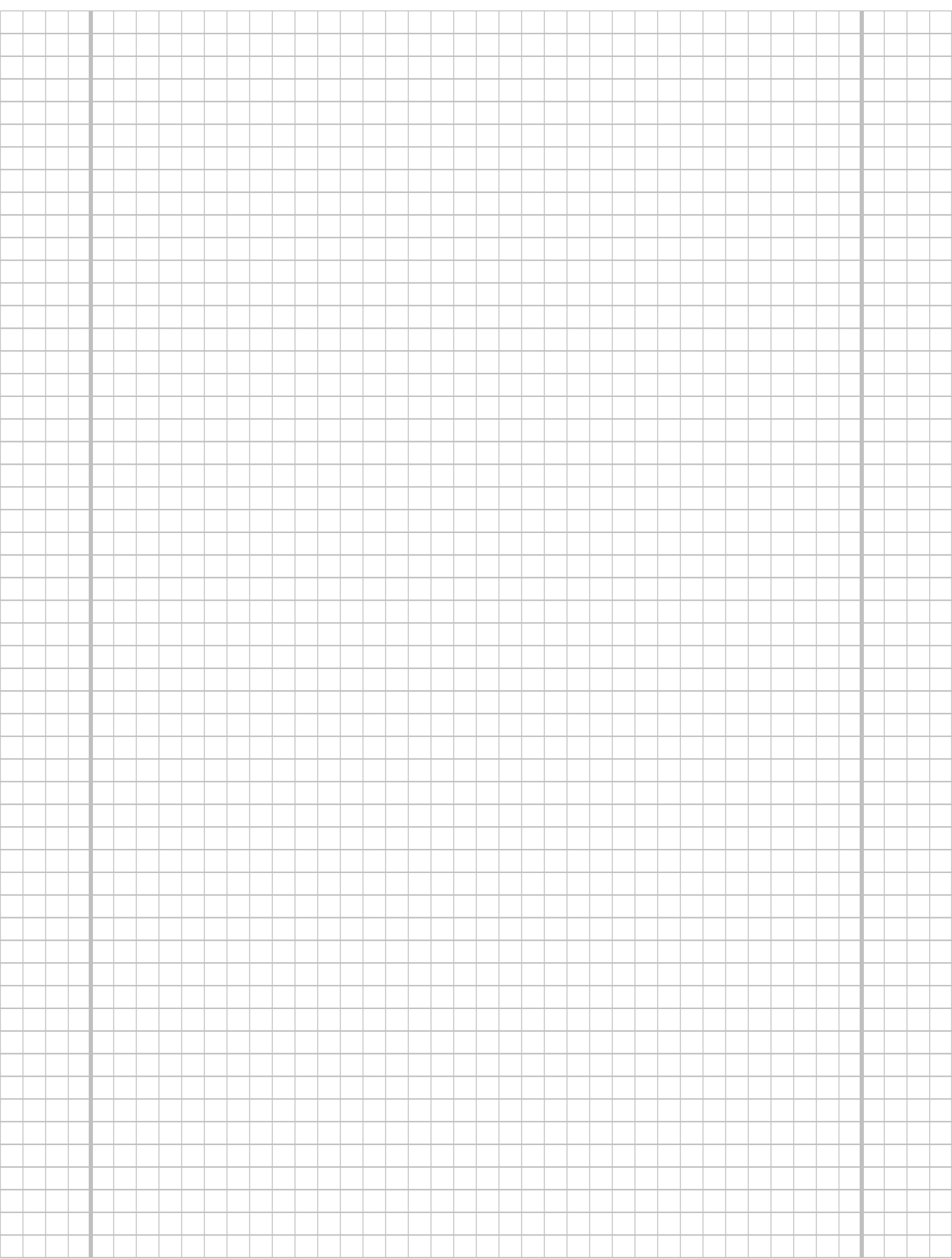
**Aufgabe 3** (4 + 5 + 3 + 1 + 1 = 14 Punkte)

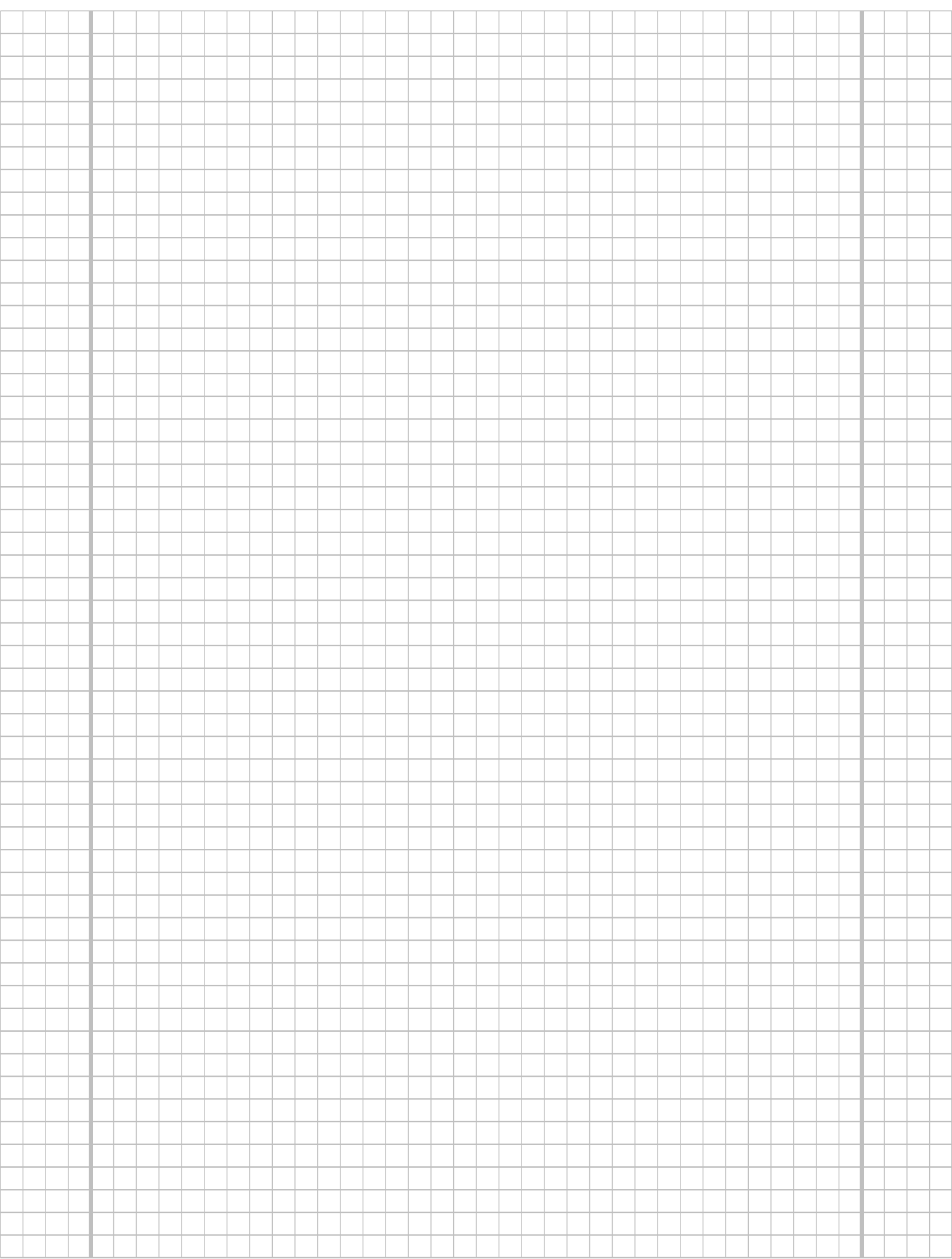
Zu einem erhobenen Merkmal  $X$  sei das folgende Stabdiagramm gegeben:

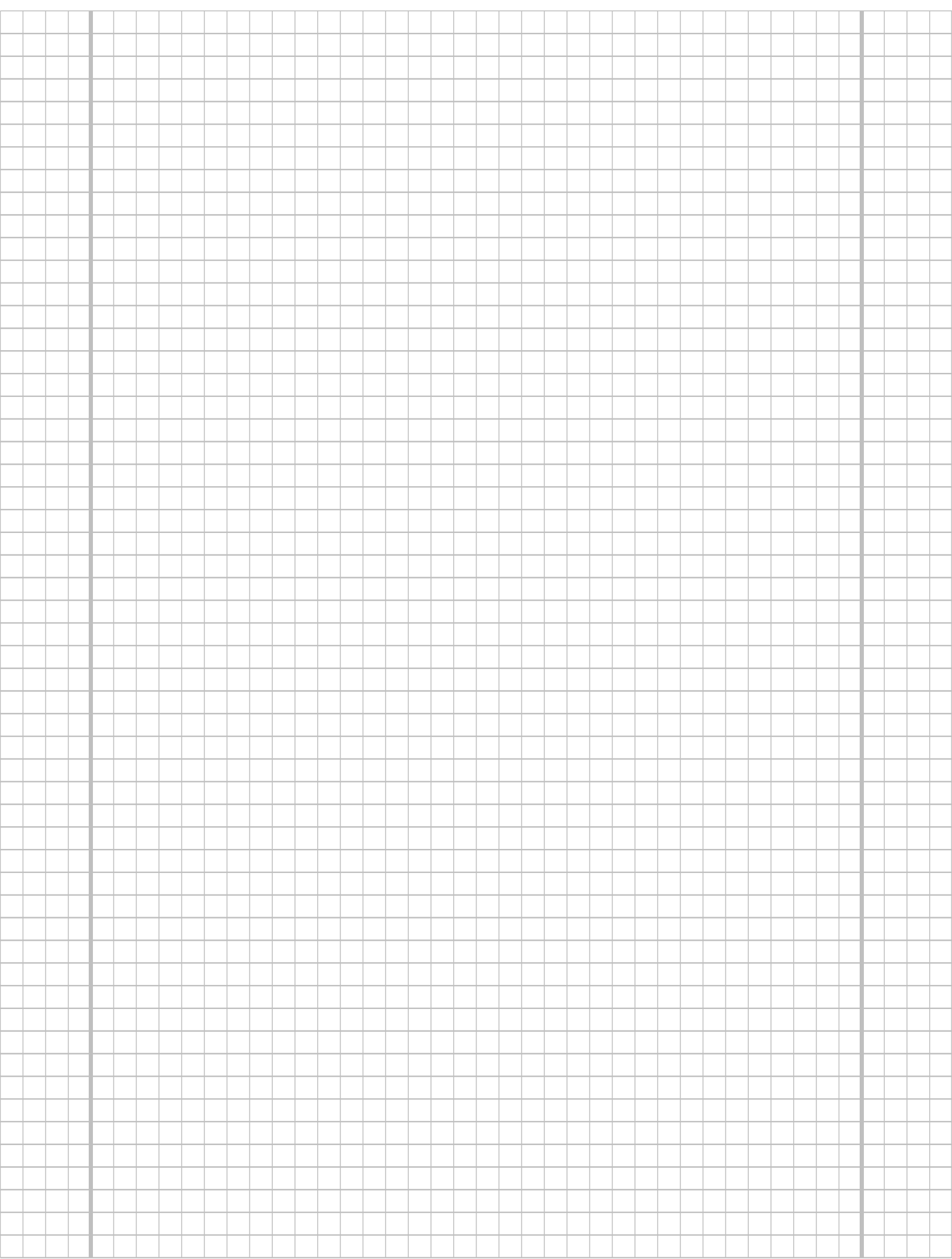


- (a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.
- (b) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals  $X$ .
- (c) Geben Sie die empirische Verteilungsfunktion des Merkmals  $X$  an.
- (d) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von weniger als 5 annehmen?
- (e) Bestimmen Sie einen Median des Merkmals  $X$ .









**Aufgabe 4** (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge  $n = 50$  gegeben:

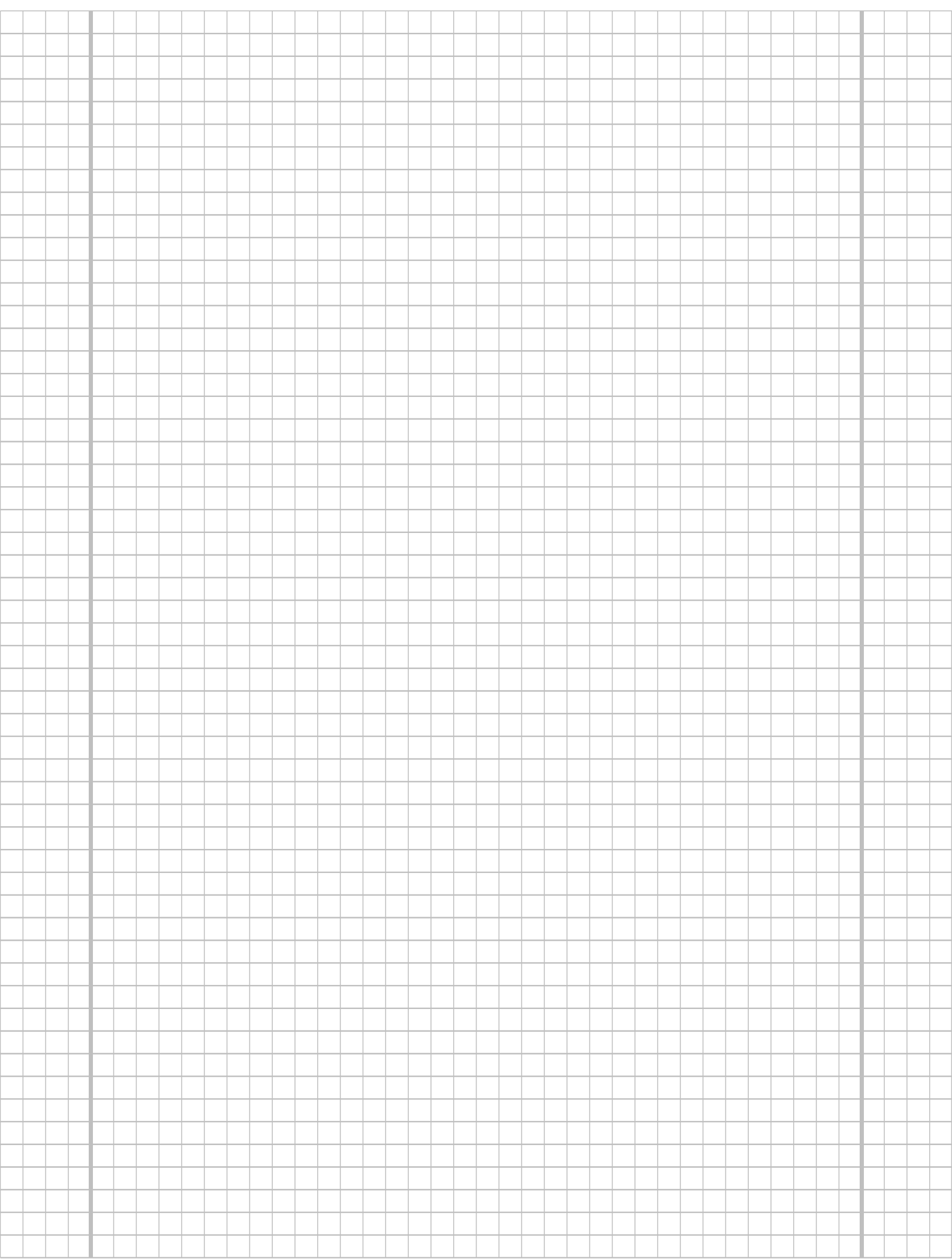
19.07, 20.01, 21.10, 23.99, 26.08, 28.03, 28.41, 29.79, 31.73, 32.99, 33.68, 34.12, 34.40, 35.79, 37.14, 38.53, 38.78, 39.71, 40.10, 40.53, 41.22, 41.51, 43.13, 44.22, 47.96, 49.29, 50.27, 50.42, 50.45, 51.24, 51.93, 53.13, 53.51, 53.84, 54.10, 54.21, 55.02, 55.29, 56.46, 57.67, 57.72, 59.09, 60.15, 61.95, 62.43, 62.98, 63.05, 63.85, 63.95, 63.96

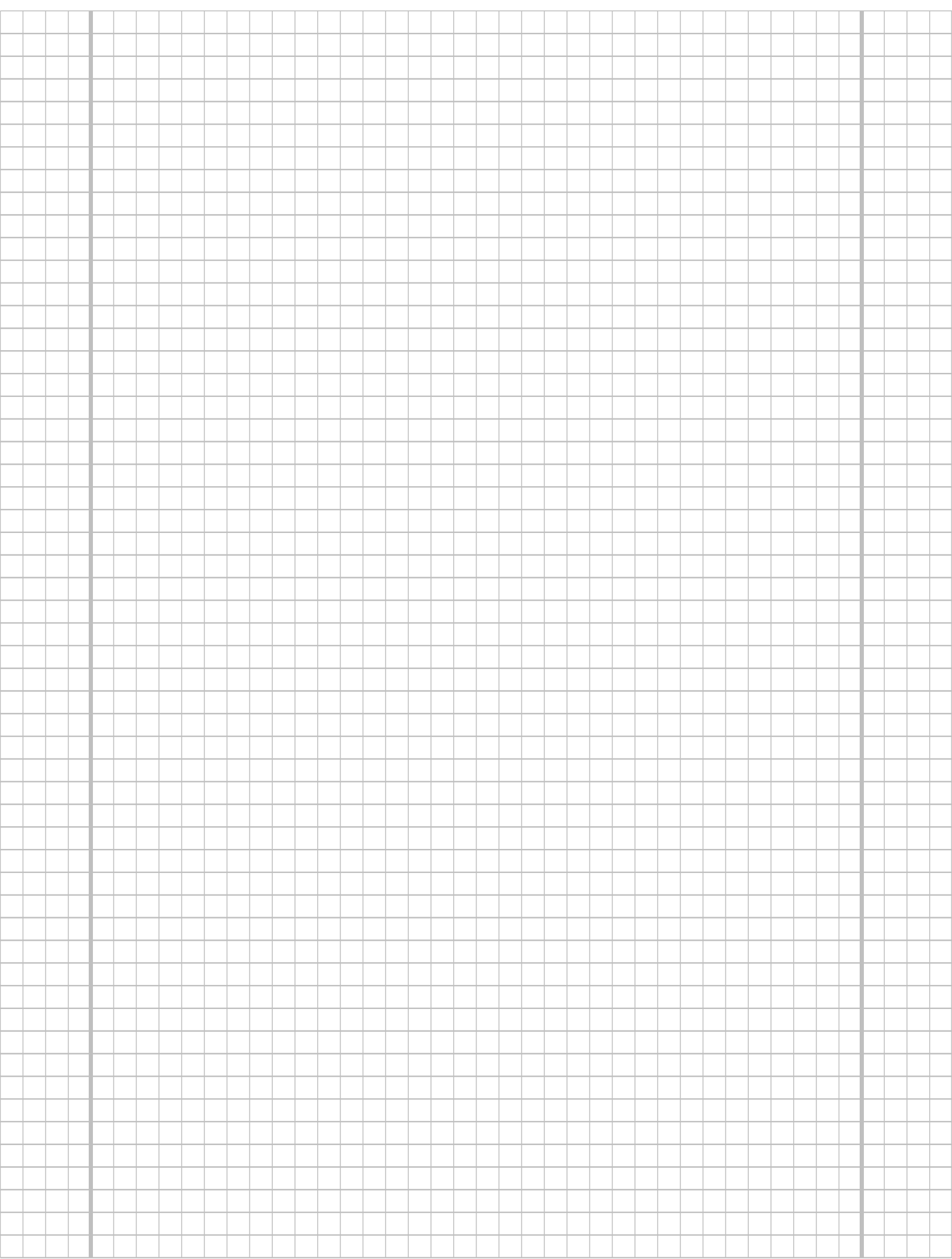
- (a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

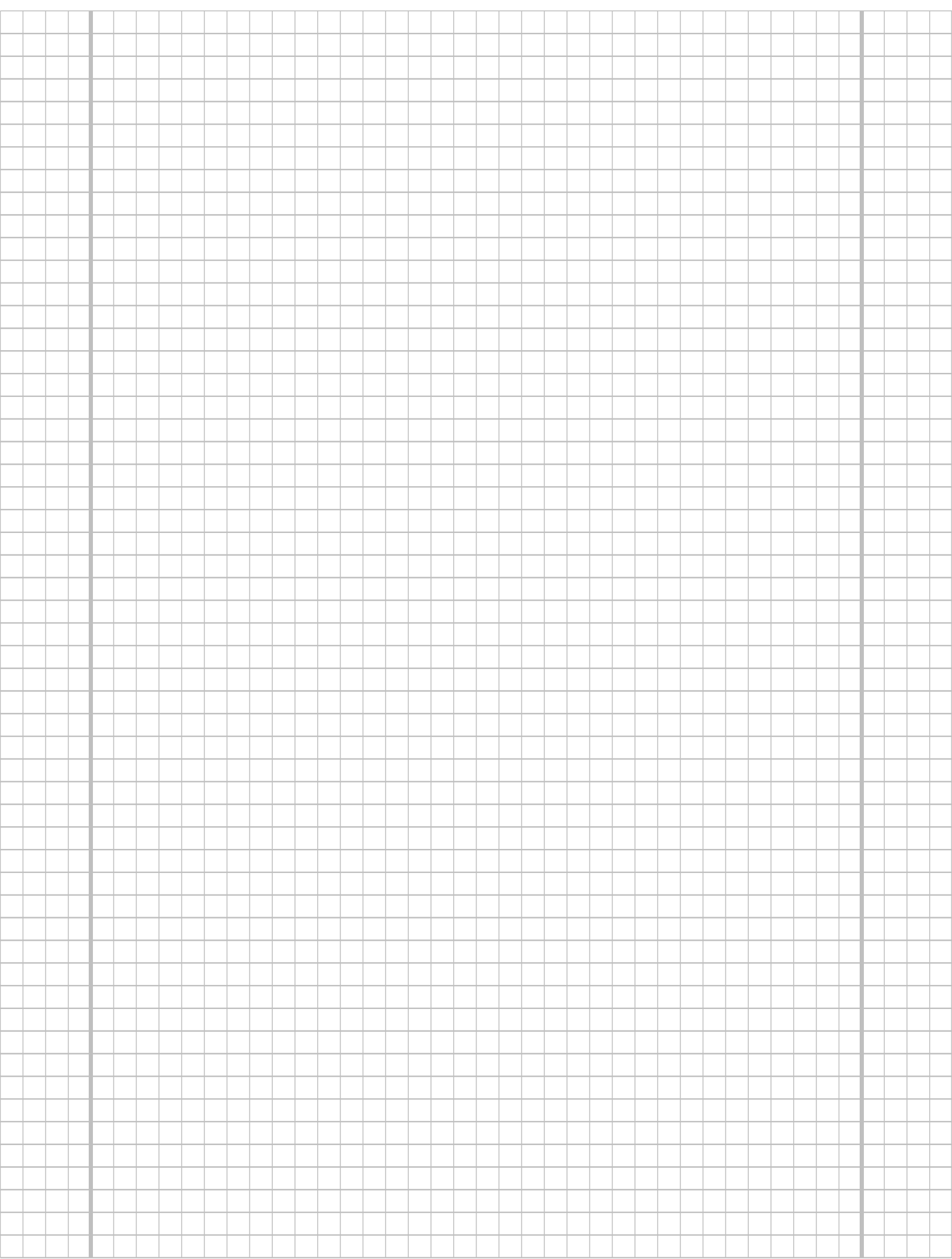
$$K_1 = (5, 25], K_2 = (25, 45], K_3 = (45, 55], K_4 = (55, 65]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

- (b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.
- (c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 45.36?
- (d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 20 und 40. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?
- (e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *das* untere Quartil sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.



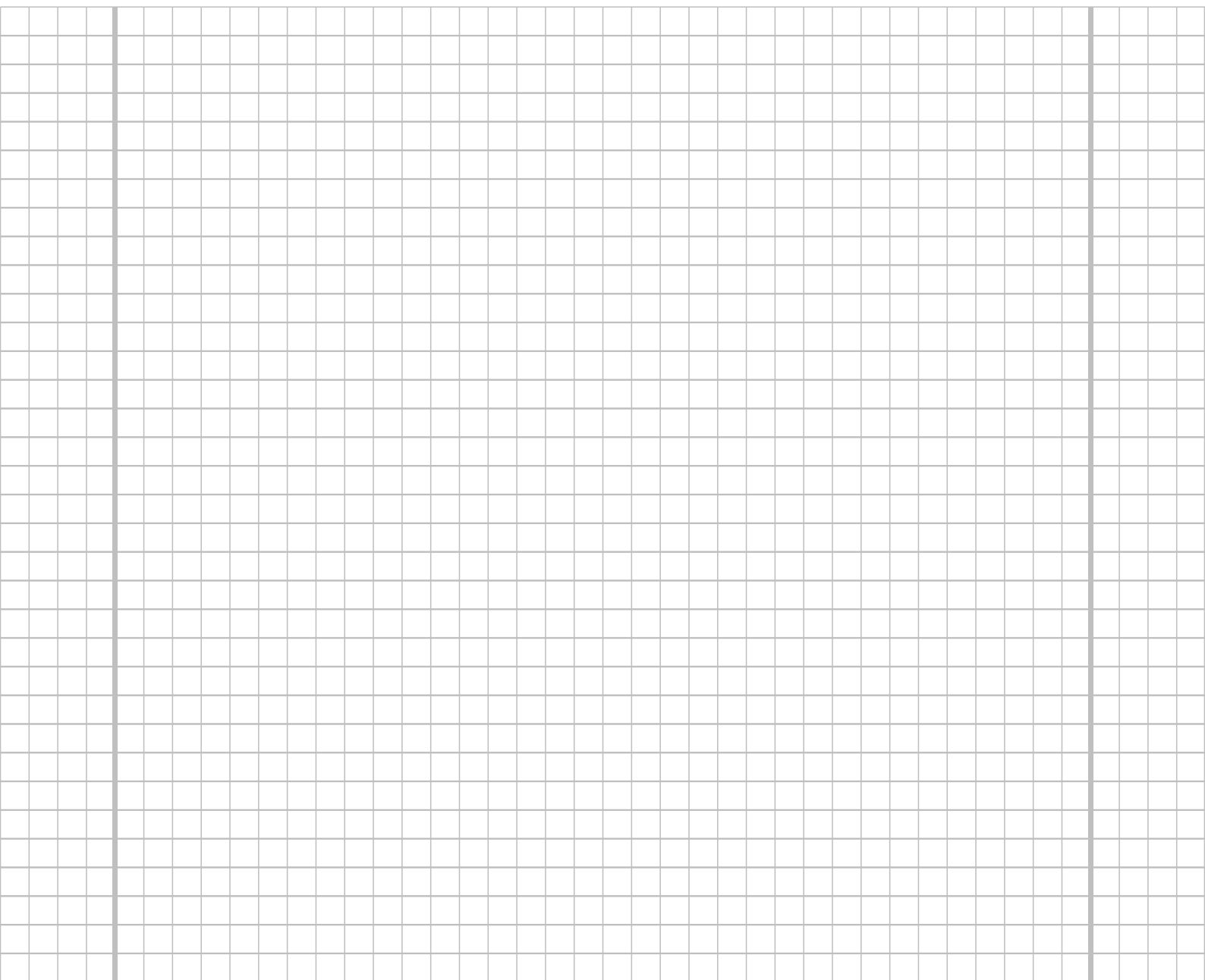


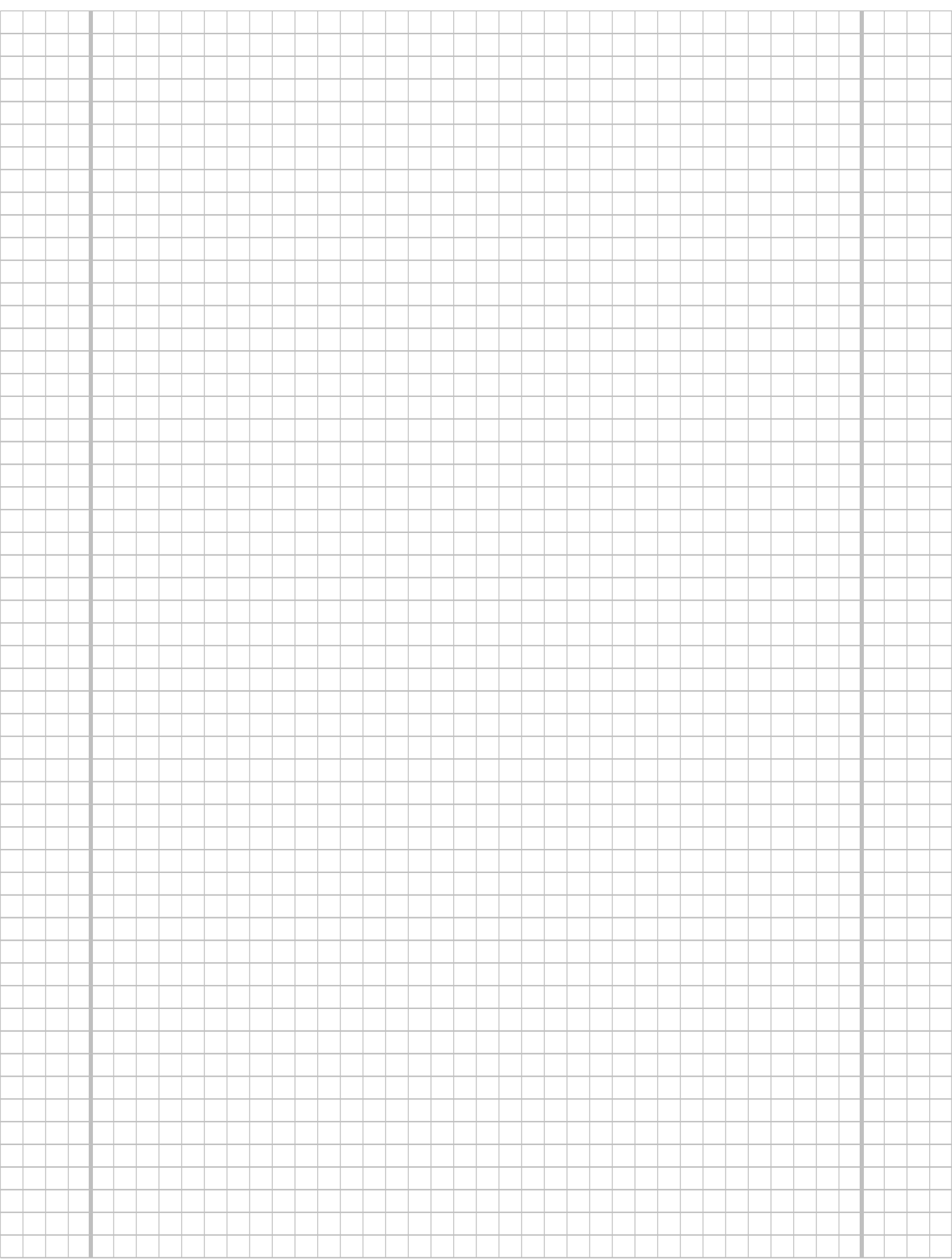


**Aufgabe 5** (4 + 2 + 2 = 8 Punkte)

An einer seltenen Krankheit seien 2% der Bevölkerung einer bestimmten Altersgruppe erkrankt. Zum Einsatz in flächendeckenden Früherkennungsuntersuchungen existiere ein medizinisches Diagnoseverfahren, welches erkrankte Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 97% (korrekterweise) auch als krank einstuft, bei gesunden (bzw. nicht an dieser Krankheit erkrankten) Personen allerdings mit einer Wahrscheinlichkeit von 2.5% (fälschlicherweise) ebenfalls eine entsprechende Erkrankung diagnostiziert.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Patient in der betrachteten Altersgruppe im Rahmen einer Früherkennungsuntersuchung als krank eingestuft?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sich eine positive Diagnose bei einer Früherkennungsuntersuchung in der betrachteten Altersgruppe als falsch herausstellen?
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Diagnose bei einer Früherkennungsuntersuchung in der betrachteten Altersgruppe?



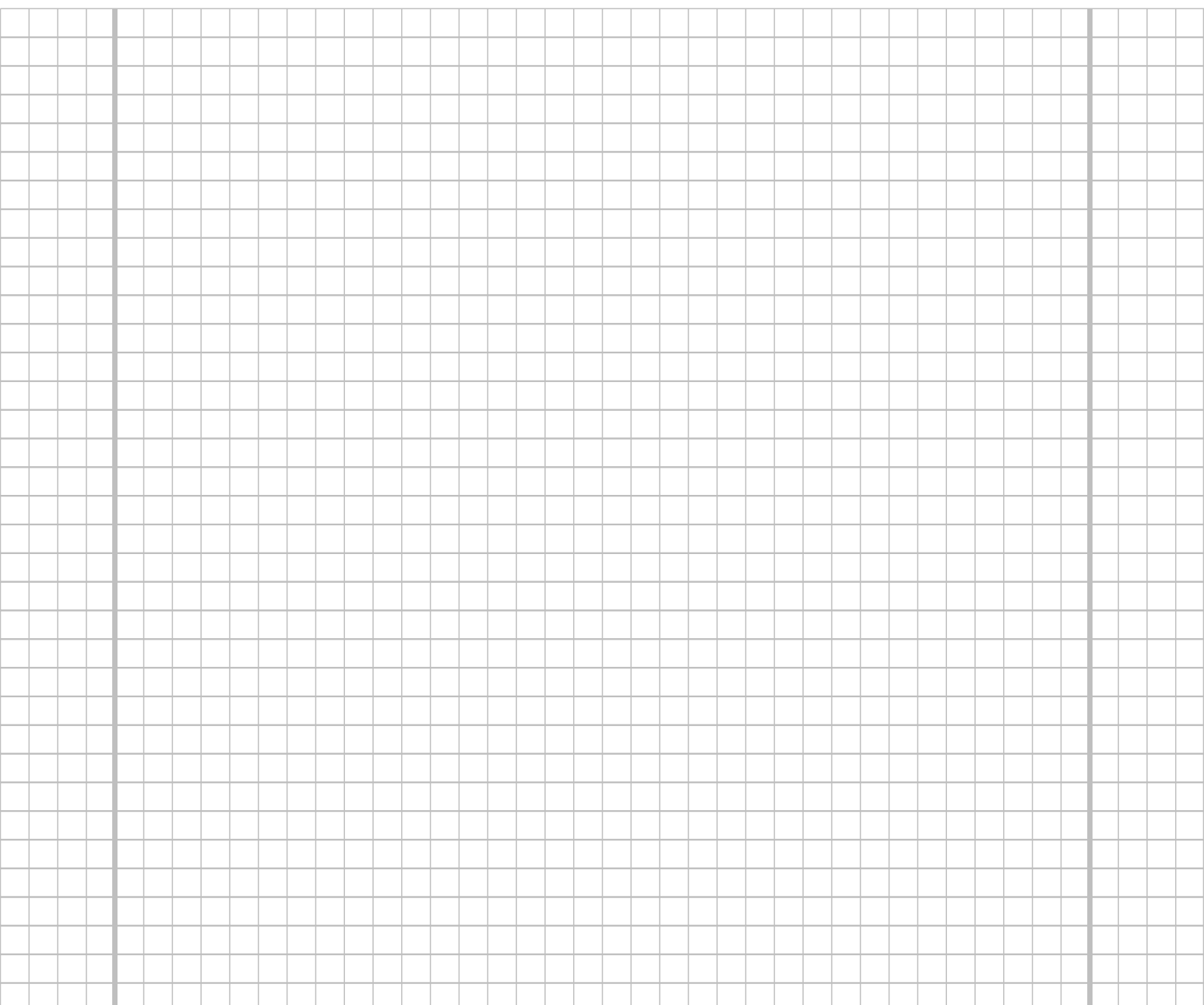


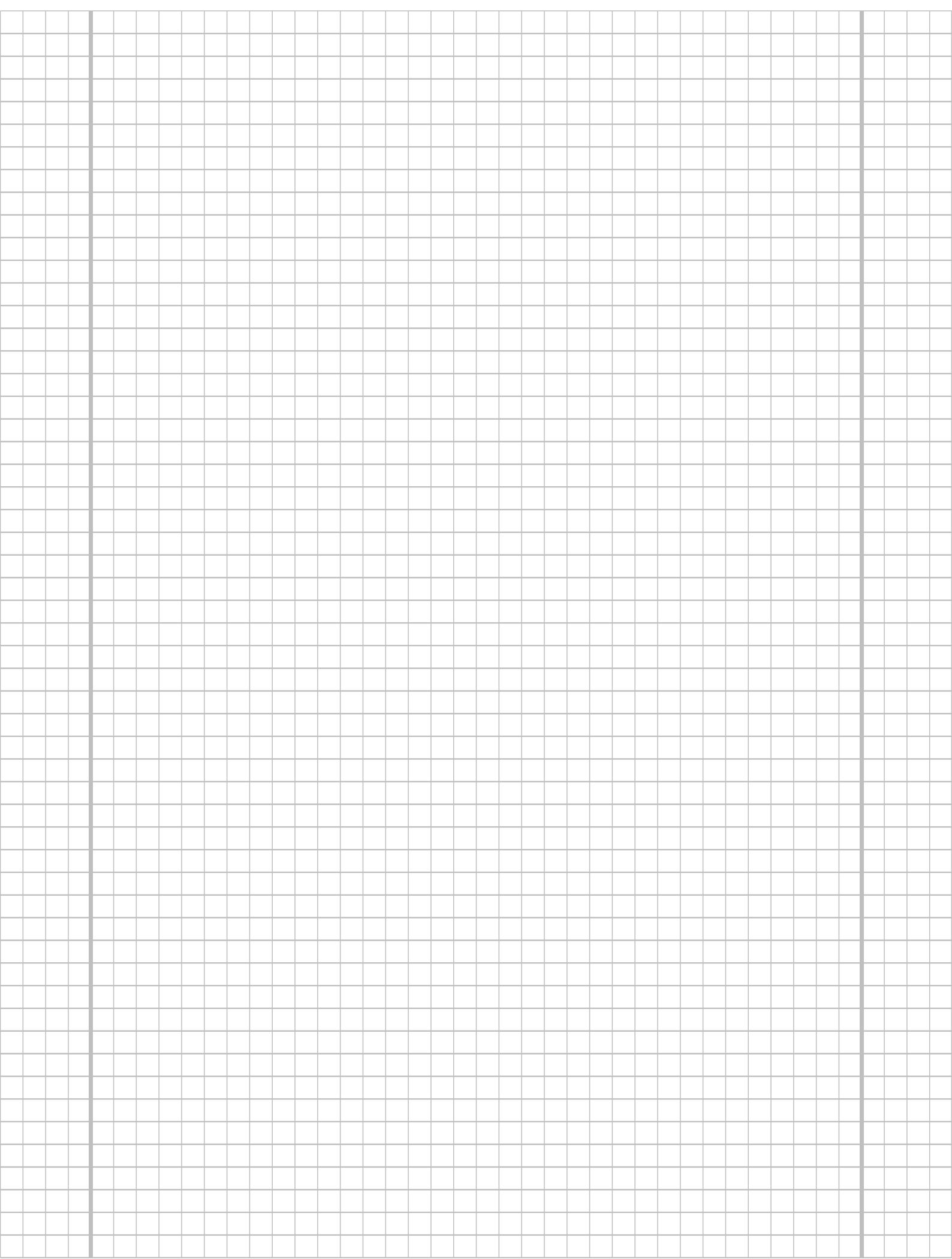
**Aufgabe 6** (5 + 2 + 4 + 3 = 14 Punkte)

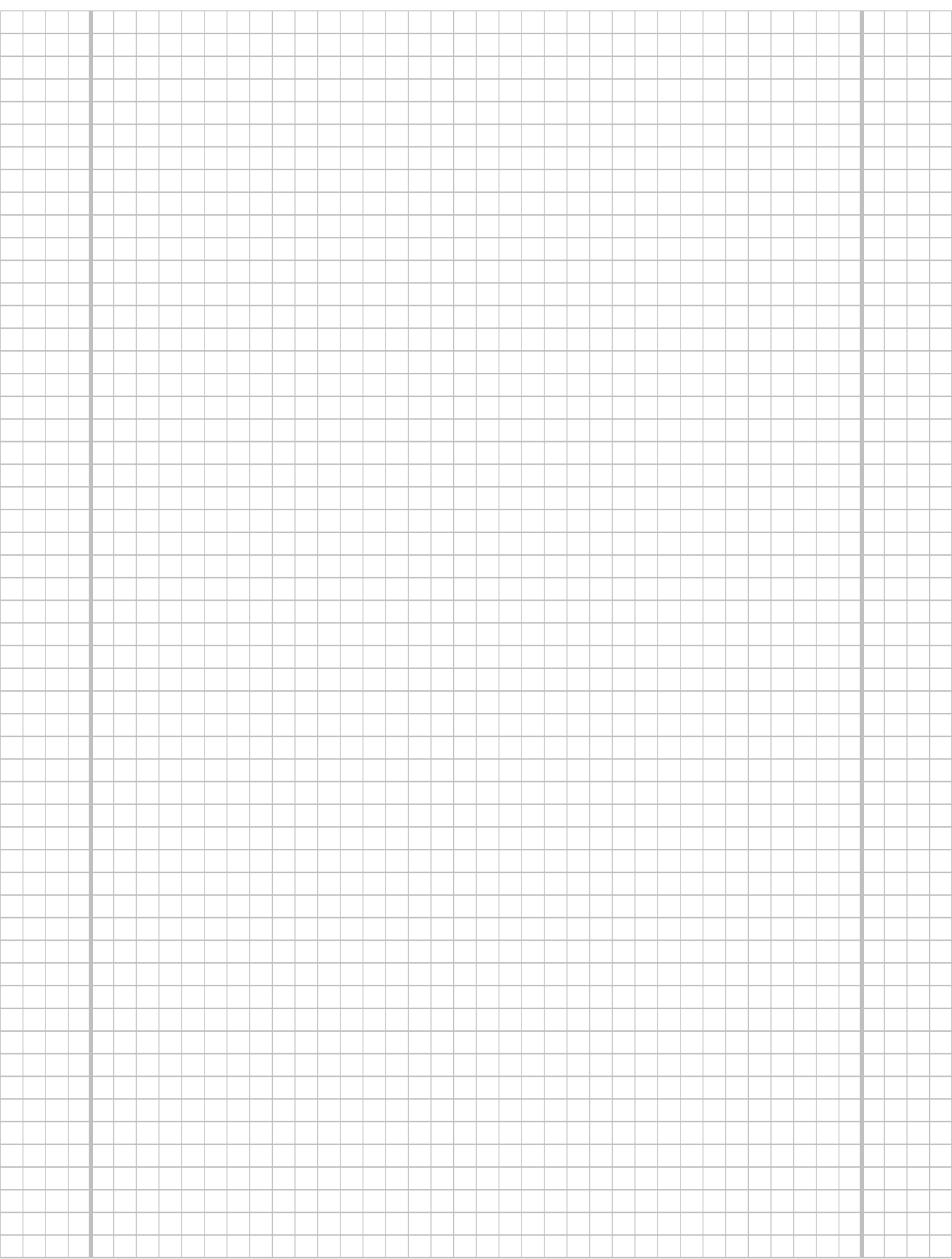
Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen  $X$  sei durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

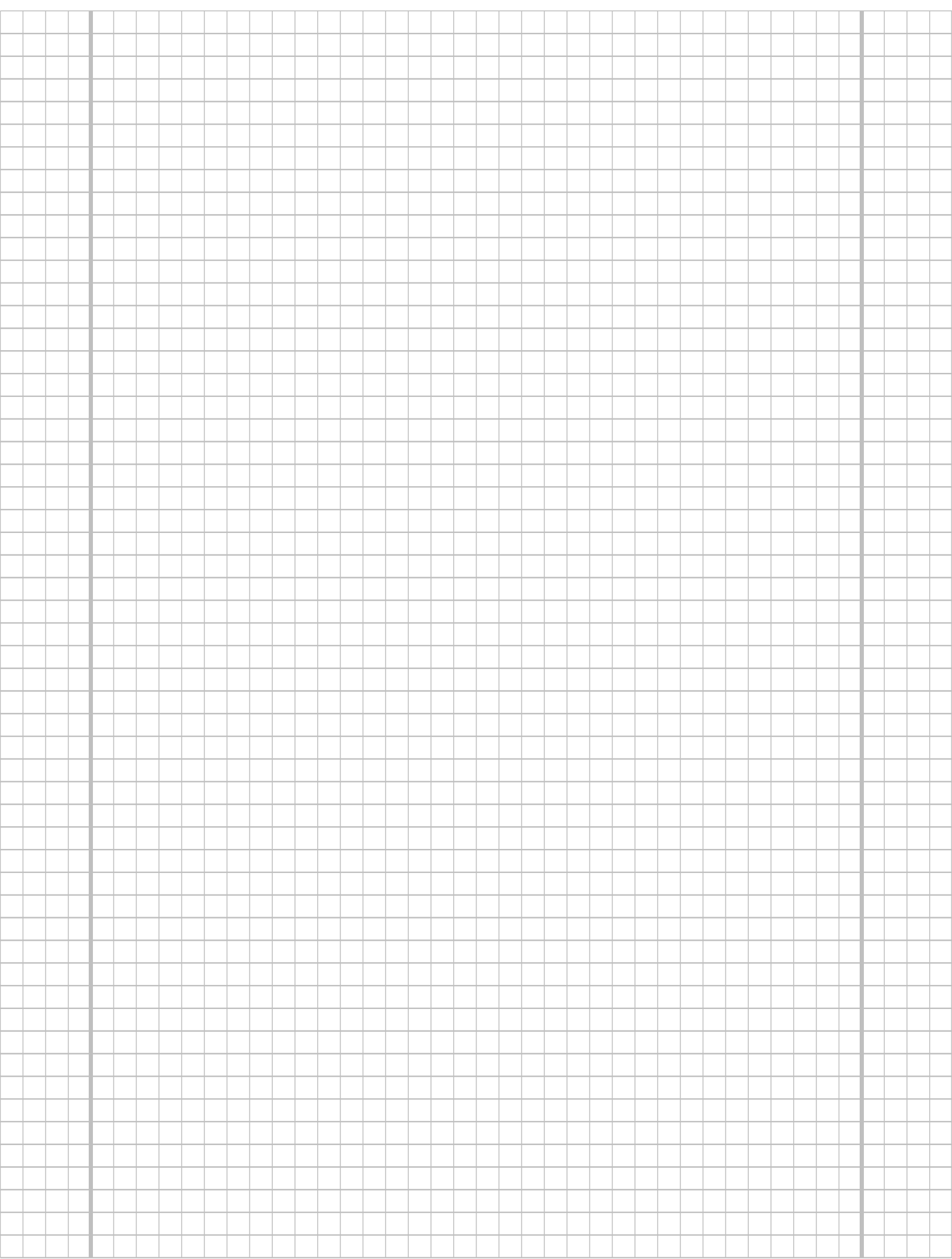
$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} & \text{für } -2 \leq x < 0 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X$  von  $X$ .
- (b) Berechnen Sie  $P(\{X > -1\})$  und  $P(\{-1 < X \leq \frac{1}{2}\})$ .
- (c) Bestimmen Sie das obere Quartil von  $X$ .
- (d) Bestimmen Sie eine Dichtefunktion von  $Y := 2 \cdot X + 4$ .





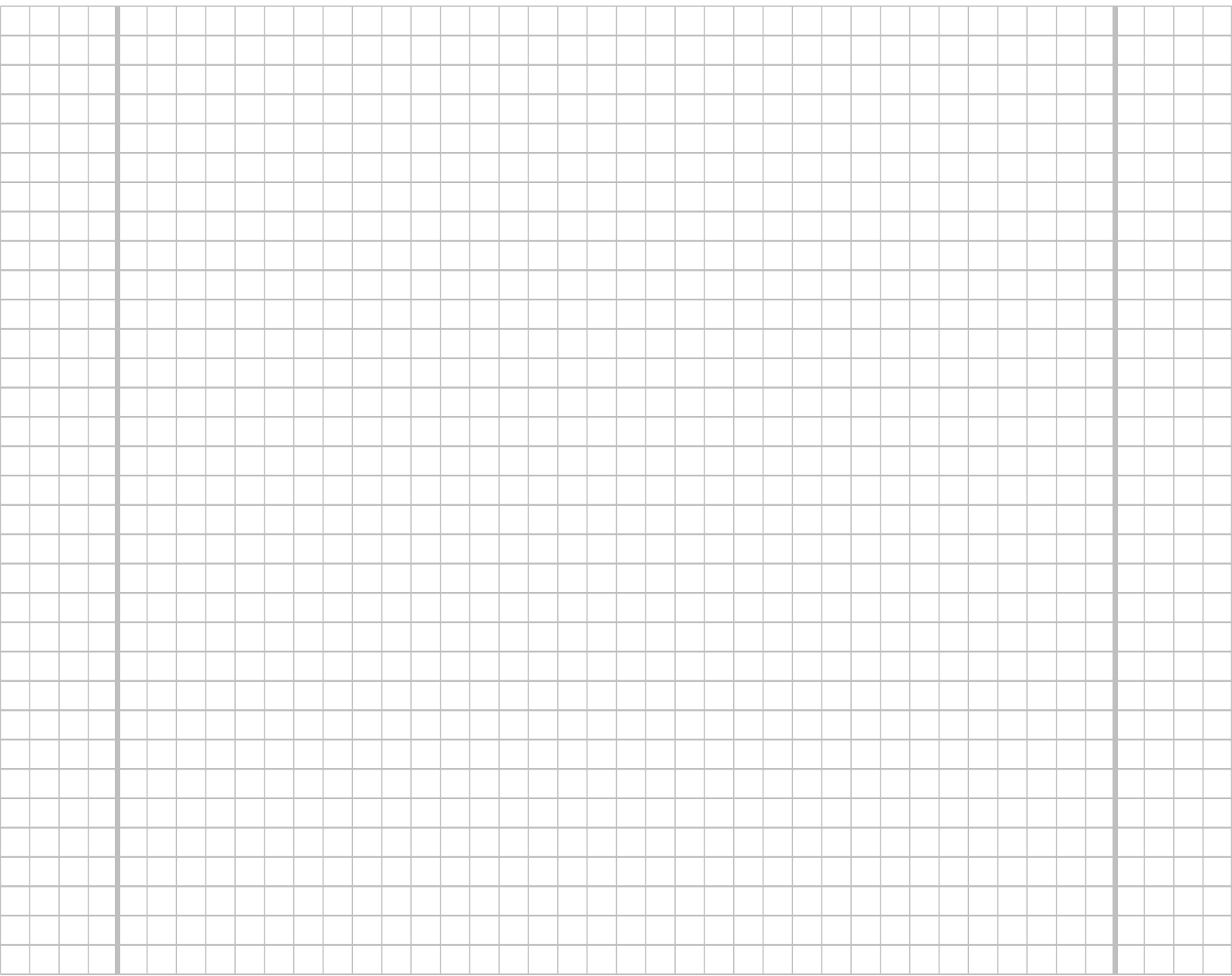


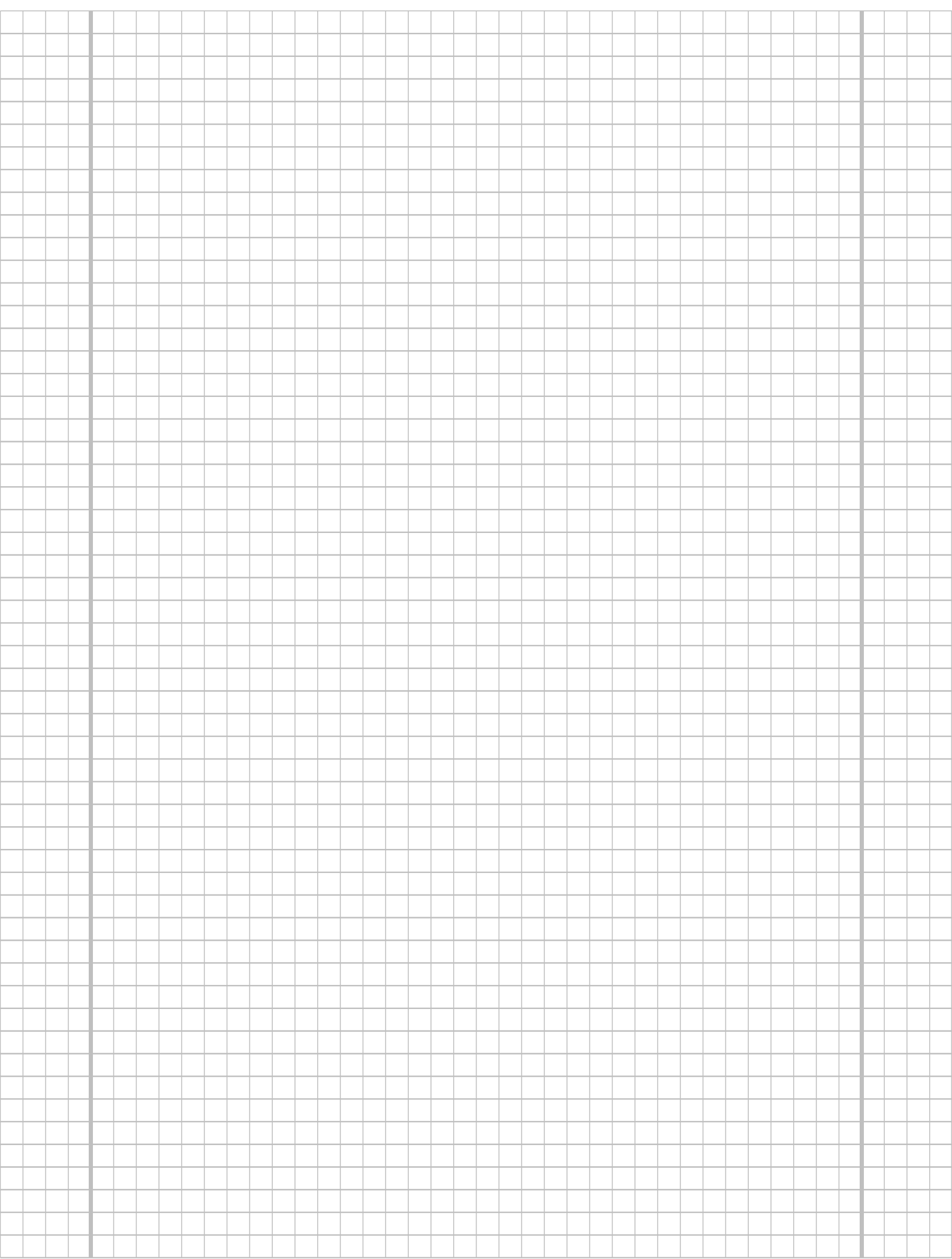


**Aufgabe 7** (1 + 2 + 2 + 2 = 7 Punkte)

Die Anzahl der Unfälle pro Tag auf einem bestimmten Autobahnabschnitt lasse sich als eine  $\text{Pois}(0.2)$ -verteilte Zufallsvariable auffassen. Außerdem soll angenommen werden, dass die Anzahl der Unfälle pro Tag auf diesem Autobahnabschnitt für unterschiedliche Tage stochastisch unabhängig ist.

- (a) Welchen Erwartungswert hat die Anzahl der Unfälle pro Tag auf diesem Autobahnabschnitt?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignen sich an einem Tag auf diesem Autobahnabschnitt 0 Unfälle?
- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignet sich an einem Tag auf diesem Autobahnabschnitt höchstens 1 Unfall?
- (d) Welche Verteilung hat die Anzahl der Unfälle pro Woche auf diesem Autobahnabschnitt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignet sich in einer Woche auf diesem Autobahnabschnitt mindestens 1 Unfall?





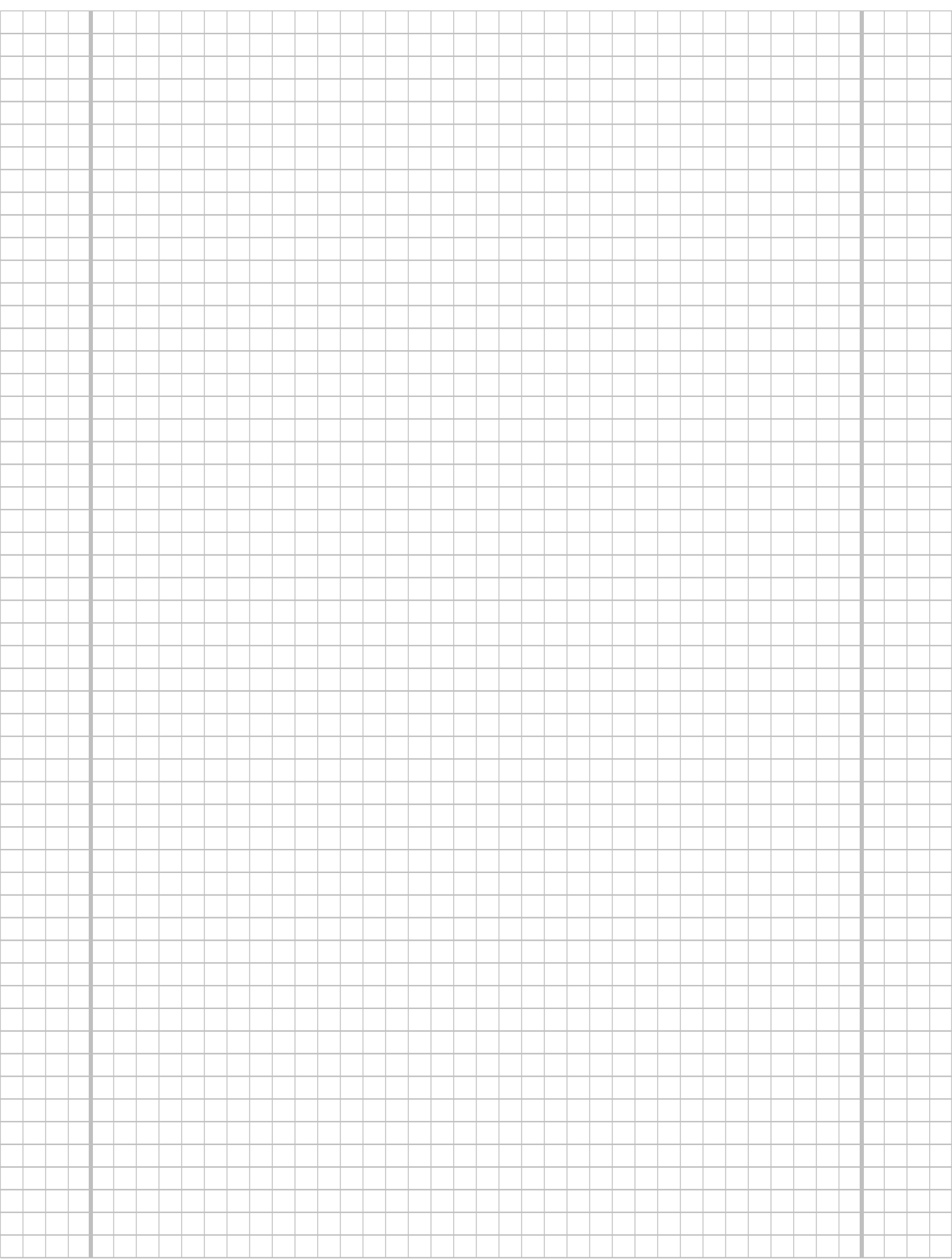
**Aufgabe 8** (2 + 3 + 9 + 3 = 17 Punkte)

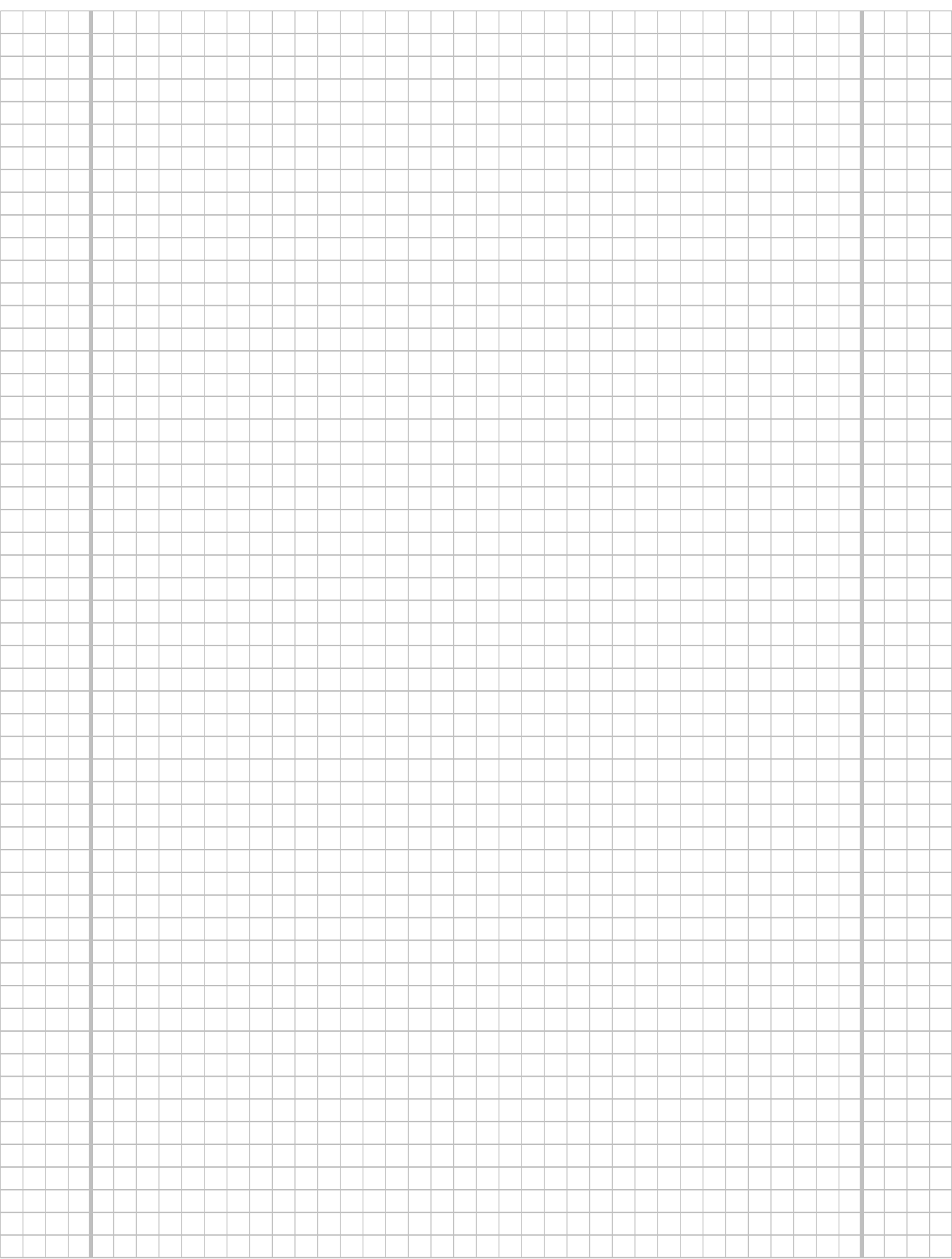
Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor  $(X, Y)$ :

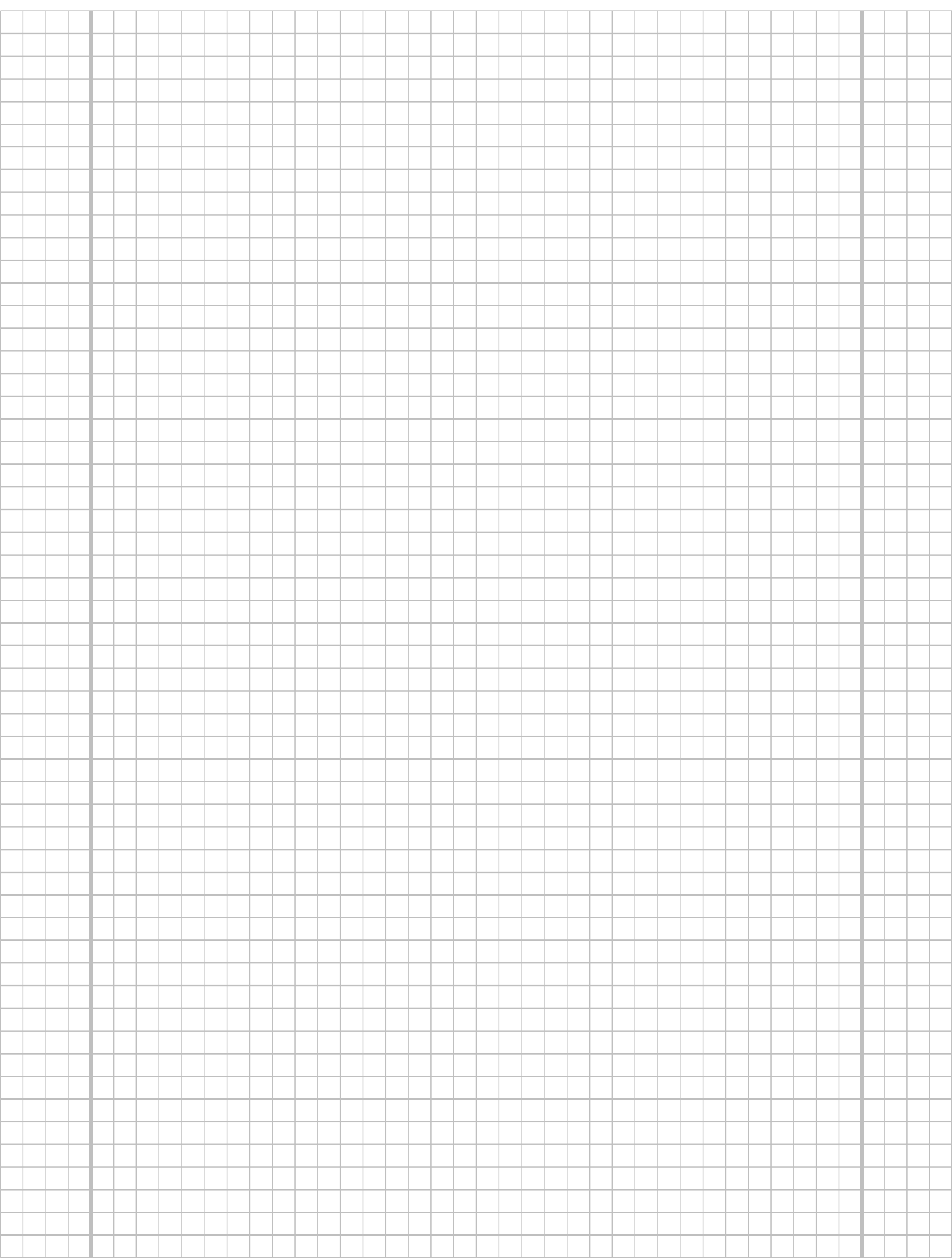
$X \setminus Y$	-1	0	3	$p_{i\cdot}$
2	0.22	0.24	0.08	
3	0.02	0.22	0.07	
5	0.07	0.05	0.03	
$p_{\cdot j}$				

- (a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.
- (b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von  $X$  unter der Bedingung  $Y = y_j$  für alle  $y_j \in T(Y)$  über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.
- (c) Berechnen Sie  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\text{Var}(X)$ ,  $\text{Var}(Y)$ ,  $\text{Cov}(X, Y)$  sowie  $\text{Korr}(X, Y)$ .
- (d) Berechnen Sie  $E(-2X - 3Y)$  sowie  $\text{Var}(-2X - 3Y)$ .







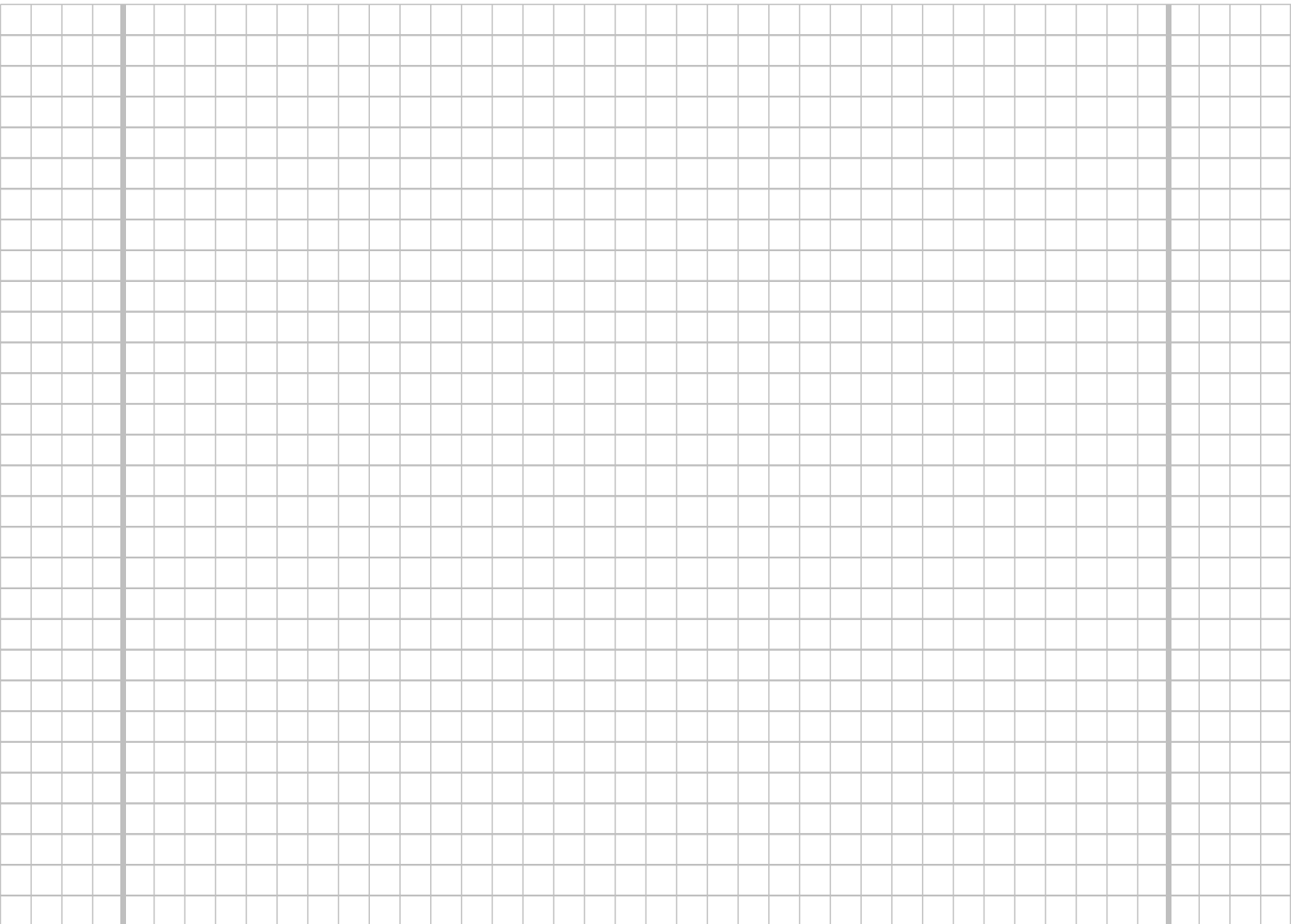


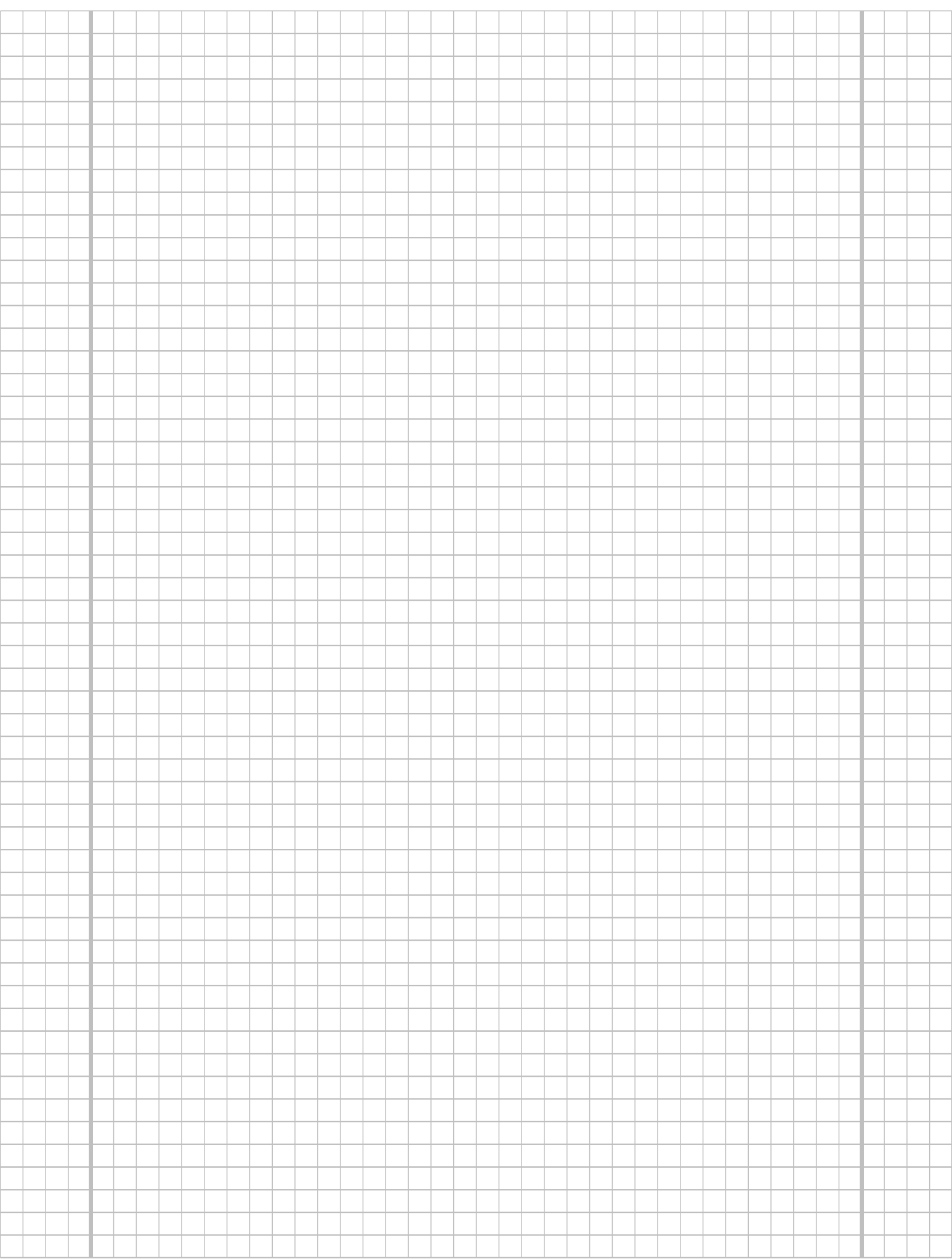
**Aufgabe 9** (2 + 2 + 4 = 8 Punkte)

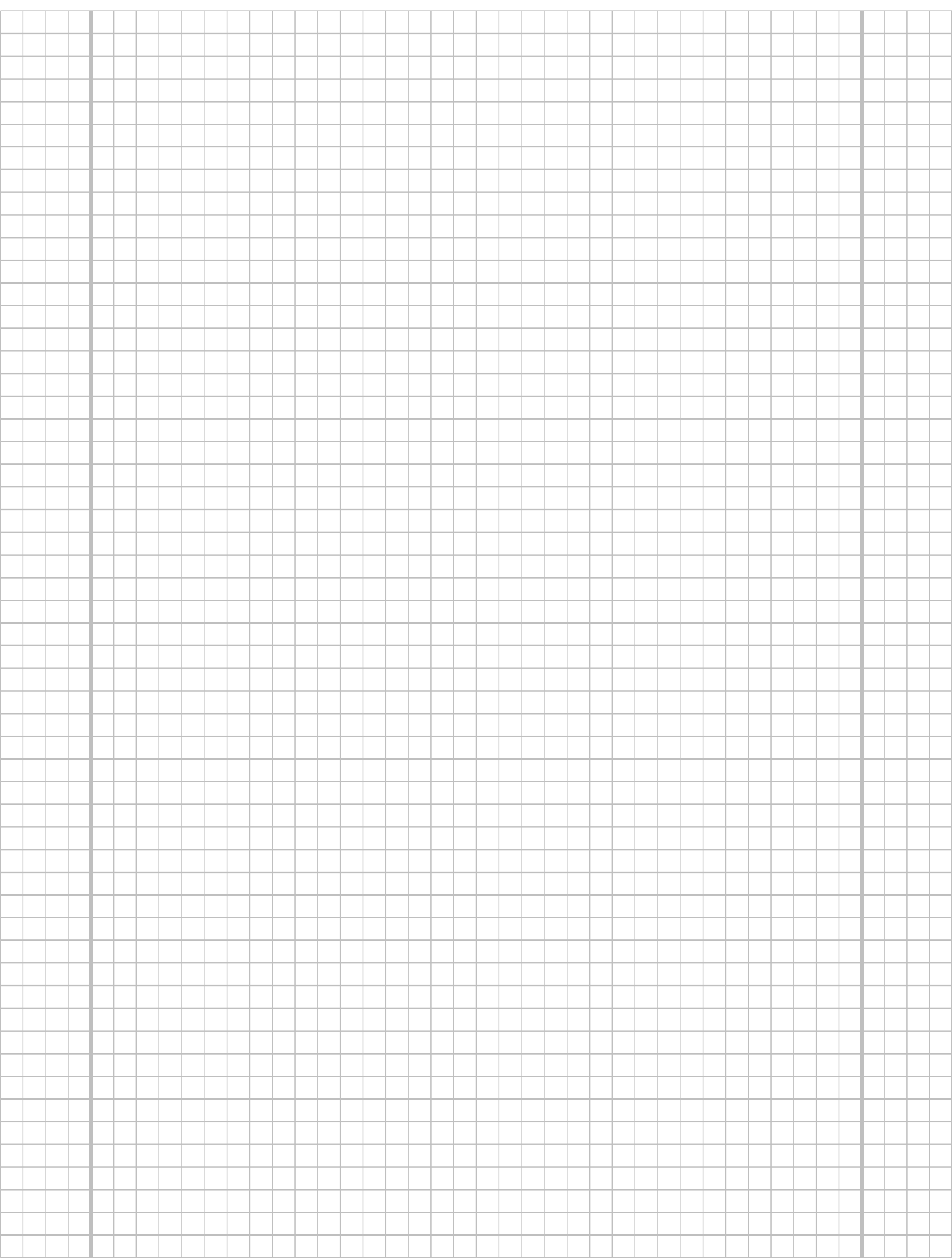
Ein Online-Händler bietet für 400 der an einem Tag eingehenden Bestellungen einen Express-Lieferservice an, der eine Abfertigung der Bestellung am nächsten Arbeitstag garantiert. Es ist davon auszugehen, dass die Zeitdauern zur Abfertigung einzelner Express-Bestellungen (in Stunden) unabhängig identisch verteilt sind mit einer mittleren Abfertigungsdauer von 0.15 Stunden bei einer Standardabweichung von 0.04 Stunden.

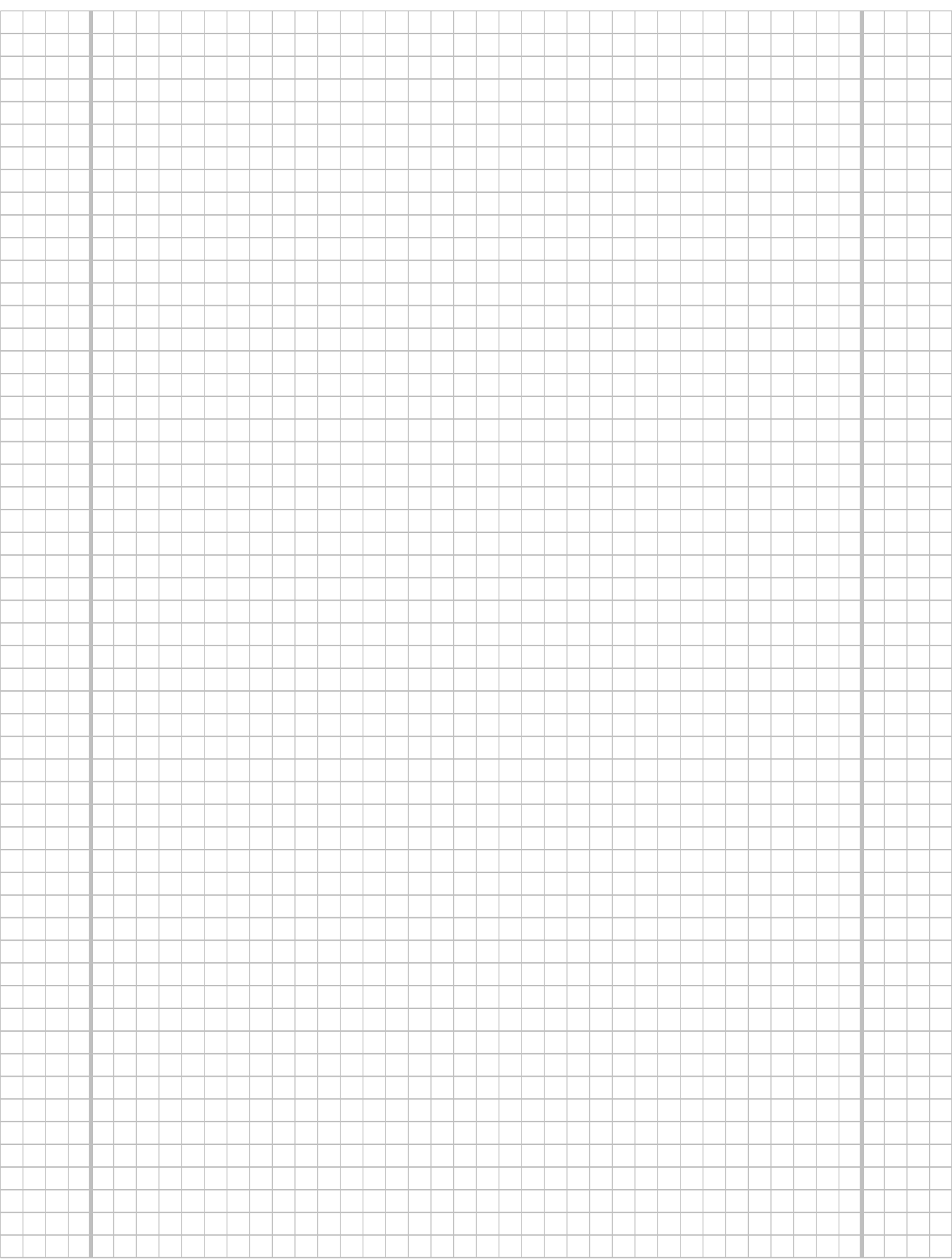
- (a) Welchen Erwartungswert und welche Standardabweichung hat die Summe der Abfertigungsdauern von 400 Express-Bestellungen?
- (b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um die Wahrscheinlichkeit, dass 400 Express-Bestellungen in höchstens 62 (Mitarbeiter-)Stunden abgefertigt werden können, (näherungsweise) zu berechnen.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise einen um den zugehörigen Erwartungswert symmetrischen Bereich zu bestimmen, in dem sich die Gesamtabfertigungsdauer von 400 Express-Bestellungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.90 realisiert.

*Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung der Aufgabenteile (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 28!*









### Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998