

Einige Ergebnisse zum 6. Übungsblatt zur Vorlesung  
Schließende Statistik WS 2024/25

*Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.*

Aufgabe 19

- (a)  $N = 2.093 \in (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty) = K \Rightarrow H_0$  wird abgelehnt!

Der Test bestätigt also den Verdacht der Herstellerfirma, dass der von der Maschine abgefüllte Mittelwert vom Sollwert abweicht.

- (b) 0.784

(c)  $G(\mu) = \Phi\left(-1.96 - \frac{\mu-100}{2}\sqrt{25}\right) + 1 - \Phi\left(1.96 - \frac{\mu-100}{2}\sqrt{25}\right)$

Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art für  $\mu = 100.5$ : 0.7604

- (d) Realisiertes symmetrisches Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau  $1-\alpha$ : [99.807, 101.867]

Aufgabe 20

- (a) Der rechtsseitige Gauß-Test für den Mittelwert bei bekannter Varianz.

(b)  $G(39.7) = 0.0041$ ,  $G(41.2) = 0.9909$ .

(c)  $\alpha(39.7) = 0.0041$ ,  $\beta(41.2) = 0.0091$ .

- (d)  $N = 0.367 \notin (1.645, +\infty) = K \Rightarrow H_0$  wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Annahme, dass der mittlere Verbrauch die Herstellerangaben erfüllt, nicht verwerfen.

### Aufgabe 21

Für den Erwartungswert  $\mu$  einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz  $\sigma^2 = 1$  soll ein Gauß-Test von  $H_0 : \mu \leq 0.10$  gegen  $H_1 : \mu > 0.10$  zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$  mit einer einfachen Stichprobe vom Umfang  $n = 100$  durchgeführt werden. Weiterhin sei  $G(\mu)$  die zugehörige Gütefunktion.

Bewerten Sie den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen:

- |   | wahr                                | falsch                              |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Wenn für den Erwartungswert $\mu$ tatsächlich $\mu = 0.10$ gilt, dann verringert man die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art, indem man den Stichprobenumfang auf $n = 400$ erhöht. | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 2. Wenn der Erwartungswert $\mu$ tatsächlich 0.11 beträgt, dann begeht man mit der Annahme der Nullhypothese $H_0 : \mu \leq 0.10$ einen Fehler 2. Art.                                     | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 3. Die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art ist für den obigen Test unabhängig vom Stichprobenumfang $n$ .   | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 4. Für die Gütefunktion $G(\mu)$ gilt: $G(\mu) \leq \alpha$ für alle $\mu \leq 0.10$ .  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 5. Wird die Nullhypothese auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ angenommen, dann wird sie auch auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ angenommen.                                | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 6. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten für den Fehler 1. Art und 2. Art ergibt immer 1.  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 7. Das Signifikanzniveau stellt die maximale Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art dar.  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 8. Für die Wahrscheinlichkeit $\beta(\mu)$ des Fehlers 2. Art gilt: $\beta(\mu) = 1 - G(\mu)$ für alle $\mu > 0.10$ .   | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 9. $G(\mu)$ ist monoton fallend auf $\mathbb{R}$ .  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |