

**Einige Ergebnisse zum 1. Übungsblatt zur Vorlesung  
 Schließende Statistik WS 2023/24**

*Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.*

Aufgabe 1

(a) Verteilung von  $Y$ :

$y_i$	400	450	500	$\Sigma$
$p_Y(y_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

(b)  $E(Y) = 450$ ,  $\text{Var}(Y) = 2000$

(c) Es gibt 20 verschiedene Stichproben vom Umfang  $n = 2$  ohne Zurücklegen und 25 verschiedene Stichproben mit Zurücklegen (jeweils unter Berücksichtigung der Reihenfolge).

(d) Realisationen  $(x_1, x_2)$  zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

	A	B	C	D	E
A	unmöglich	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
B	(450,400)	unmöglich	(450,500)	(450,400)	(450,500)
C	(500,400)	(500,450)	unmöglich	(500,400)	(500,500)
D	(400,400)	(400,450)	(400,500)	unmöglich	(400,500)
E	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	unmöglich

Resultierende gemeinsame Verteilung von  $(X_1, X_2)$ :

$x_1 \backslash x_2$	400	450	500	$\Sigma$
400	0.1	0.1	0.2	0.4
450	0.1	0	0.1	0.2
500	0.2	0.1	0.1	0.4
$\Sigma$	0.4	0.2	0.4	1

Zugehörige Verteilung von  $\bar{X}$ :

$\bar{x}_i$	400	425	450	475	500	$\Sigma$
$p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

(e) Realisationen  $(x_1, x_2)$  zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

	A	B	C	D	E
A	(400,400)	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
B	(450,400)	(450,450)	(450,500)	(450,400)	(450,500)
C	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	(500,500)
D	(400,400)	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
E	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	(500,500)

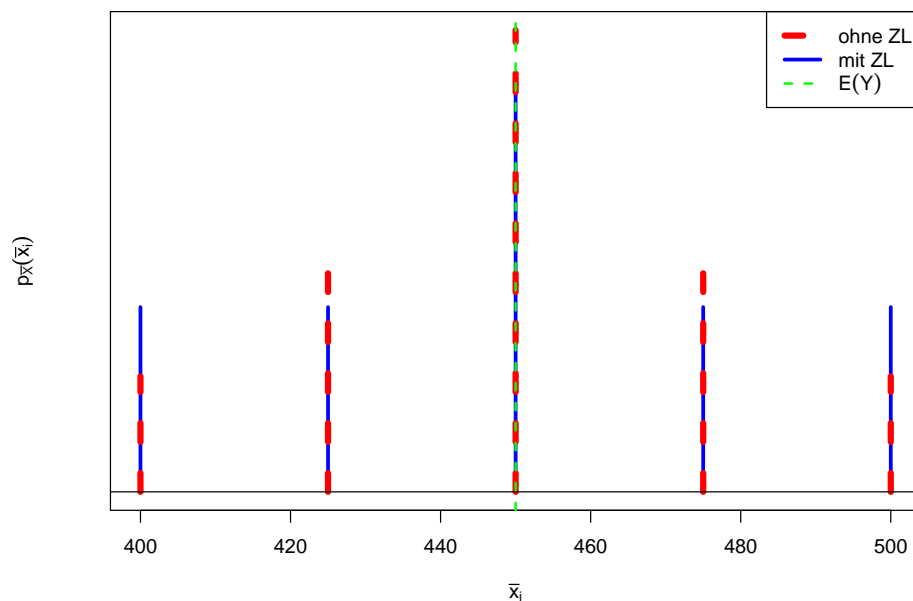
Resultierende gemeinsame Verteilung von  $(X_1, X_2)$ :

$x_1 \backslash x_2$	400	450	500	$\Sigma$
400	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$
450	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{5}$
500	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$
$\Sigma$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Zugehörige Verteilung von  $\bar{X}$ :

$\bar{x}_i$	400	425	450	475	500	$\Sigma$
$p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	1

(f) Vergleich der Verteilungen von  $\bar{X}$  in beiden Varianten:



- Bei Ziehung ohne Zurücklegen gilt:  $E(\bar{X}) = 450$ ,  $\text{Var}(\bar{X}) = 750$ ,  $\text{Sd}(\bar{X}) = 27.386$ .
- Bei Ziehung mit Zurücklegen gilt:  $E(\bar{X}) = 450$ ,  $\text{Var}(\bar{X}) = 1000$ ,  $\text{Sd}(\bar{X}) = 31.623$ .

(g) Ziehen **mit** Zurücklegen führt zu einer einfachen (Zufalls-)Stichprobe, da nur in diesem Fall die Stichprobenzufallsvariablen  $X_1, X_2$  nicht nur identisch verteilt sind wie  $Y$ , sondern auch stochastisch unabhängig.