

7. Übungsblatt zur Vorlesung Schließende Statistik WS 2019/20

Aufgabe 22

Zeigen Sie: Der p -Wert des rechtsseitigen Gauß-Tests auf den Mittelwert bei bekannter Varianz zur realisierten Teststatistik N beträgt $1 - \Phi(N)$.

Aufgabe 23

Aus einer früheren Untersuchung erhielt man das Ergebnis, dass 60% der Haushalte über einen DSL-Anschluss verfügen. Eine aktuelle Befragung von 200 Haushalten ergab, dass 148 von ihnen über einen DSL-Anschluss verfügen. Prüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ nach, ob sich der Anteil der Haushalte, die über einen DSL-Anschluss verfügen, geändert hat.

Aufgabe 24

Eine im Bundestag vertretene politische Partei möchte einige Wochen vor der anstehenden Bundestagswahl mit einem statistischen Test untersuchen, ob der eigene Wähleranteil zur Zeit oberhalb der „kritischen Marke“ von 5% liegt. Aus den Ergebnissen der aktuellen „Sonntagsfrage“ ist ersichtlich, dass von den $n = 1000$ zufällig ausgewählten befragten Personen 61 die betreffende Partei gewählt hätten.

- Untersuchen Sie mit einem geeigneten statistischen Test, ob der aktuelle Wähleranteil oberhalb der 5%-Marke liegt. Beschränken Sie dabei die Wahrscheinlichkeit, sich fälschlicherweise für einen Wähleranteil über der 5%-Marke zu entscheiden, auf 10%. Zu welchem Ergebnis kommt der Test?
- Wie groß ist der p -Wert zur Stichprobeninformation des in Teil (a) durchgeführten Tests? Wie wäre die Entscheidung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ ausgefallen?

Aufgabe 25

Ein Hersteller von Spielzeug will ein neues Spielzeugmodell auf den Markt bringen. Zur Kalkulation benötigt er Angaben über den Geldbetrag Y (in Euro), den die Eltern einer bestimmten Käuferschicht in Geschenke für 3 bis 8-jährige Kinder investieren. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 14$ ergab folgende Stichprobenwerte:

98, 106, 96, 120, 107, 96, 109, 111, 110, 101, 119, 108, 98, 82

Es werde angenommen, dass der Geldbetrag Y durch eine $N(\mu, 10^2)$ -verteilte Zufallsvariable beschrieben werden kann, und dass die obigen Werte Realisationen einer einfachen Stichprobe zu Y sind. Zu testen ist die Nullhypothese $H_0 : \mu = 100$ gegen die Alternative $H_1 : \mu \neq 100$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.

- Berechnen Sie in der angegebenen Situation den realisierten Wert der Teststatistik und den zugehörigen p -Wert.
- Entscheiden Sie anhand des p -Wertes über Annahme bzw. Ablehnung von H_0 .
- Liegt der Wert 100 im (zur oben angegebenen Stichprobenrealisation gehörenden) symmetrischen Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 0.95 für μ ?

Aufgabe 26

Ein Unternehmen stellt Obstsäfte her, die in Pfandflaschen zu je 0.7 Liter/Flasche abgefüllt werden sollen. Die tatsächliche Abfüllmenge Y wird als normalverteilt angenommen. Eine einfache Stichprobe $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$ zu Y ergab folgende Realisation:

0.694, 0.702, 0.692, 0.716, 0.703, 0.692, 0.705, 0.707, 0.706, 0.697

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Erwartungswert der Abfüllmenge signifikant von 0.7 Liter/Flasche abweicht. Formulieren Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz!

(*Hinweis:* $s = 0.007691$)

Aufgabe 27

Auf einer Straße, die durch ein reines Wohngebiet führt, betrug die durchschnittliche Geschwindigkeit Y der darauf fahrenden PKW 55 km/h. Daraufhin wurden Schilder mit der Aufschrift „Freiwillig Tempo 30 der Kinder wegen“ aufgestellt. Nach einer den Autofahrern zugestandenen Anpassungszeit von vier Wochen wurden bei 121 PKW die gefahrenen Geschwindigkeiten x_i (in km/h) registriert. Man erhielt daraus die folgenden Werte:

$$\bar{x} = \frac{1}{121} \sum_{i=1}^{121} x_i = 52; \quad s^2 = \frac{1}{120} \sum_{i=1}^{121} (x_i - \bar{x})^2 = 100.$$

Es werde angenommen, dass Y als eine normalverteilte Zufallsvariable angesehen werden kann und (X_1, \dots, X_{121}) eine einfache Stichprobe zu Y mit der Realisation (x_1, \dots, x_{121}) ist. Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass sich die durchschnittliche Geschwindigkeit verringert hat.