

9. Übungsblatt zum Wiederholungskurs Schließende Statistik SS 2025

Aufgabe 37

Anhand der Ergebnisse der Klausur zur Veranstaltung „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ des Sommersemesters 2010 soll mit Hilfe einer einfachen Varianzanalyse untersucht werden, ob die Verteilung der von den Studierenden im Fach „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, ob man ein reines BWL-Studium absolviert (Gruppe 1), ein anderes Studienfach innerhalb der Fakultät (Diplom-Handelslehrer, Wirtschaftsinformatik, Wirtschaft und Recht) belegt (Gruppe 2) oder an der Klausur als Nebenfach-Student einer anderen Fakultät (Gruppe 3) teilgenommen hat. Hierzu wurden folgende Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

j (Gruppe)	n_j	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	225	60.944	936018.25
2	126	55.532	429245.00
3	17	52.824	58662.50

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe $SW = 152241.689$ berechnet.

- Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i}$ ($1 \leq j \leq 3, 1 \leq i \leq n_j$) sind, ob die Zugehörigkeit zu den oben beschriebenen Gruppen von Studierenden einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.
- Geben Sie eine Formel an, mit der die (vorgegebene) Größe SW auch aus den Angaben der obigen Tabelle berechnet werden könnte.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (a) den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von $F(m, n)$ -Verteilungen:

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	365	366	367	368	369
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	253.965	253.966	253.967	253.968	253.969
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.493	19.493	19.493	19.493	19.493
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.534	8.534	8.534	8.534	8.534
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.638	5.638	5.638	5.638	5.638
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.376	4.376	4.376	4.376	4.376
365	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
366	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
367	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.187	1.187
368	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.187	1.187	1.187
369	3.867	3.020	2.629	2.396	2.238	1.188	1.187	1.187	1.187	1.187

Aufgabe 38

Um die Leistungsfähigkeit von 4 Schulklassen einer Klassenstufe zu vergleichen, soll anhand der Ergebnisse einer Vergleichsarbeit untersucht werden, ob die Verteilung der von den Schülern erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, welcher der 4 Klassen sie angehören. Zu den verschiedenen Schulklassen wurden die folgenden (fiktiven) Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

j (Klasse)	n_j	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$	s_j^2
1	26	16.332	7272.89	13.51
2	21	19.561	8181.91	7.33
3	24	17.623	7921.70	20.35
4	18	18.541	6337.29	8.79

Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i}$ ($1 \leq j \leq 4, 1 \leq i \leq n_j$) sind, ob die Zugehörigkeit zu den unterschiedlichen Schulklassen einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von $F(m, n)$ -Verteilungen:

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	85	86	87	88	89
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	252.817	252.834	252.851	252.868	252.884
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.484	19.484	19.484	19.484	19.484
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.559	8.558	8.558	8.558	8.557
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.670	5.670	5.669	5.669	5.668
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.412	4.412	4.411	4.410	4.410
85	3.953	3.104	2.712	2.479	2.322	1.432	1.430	1.429	1.428	1.427
86	3.952	3.103	2.711	2.478	2.321	1.430	1.429	1.427	1.426	1.425
87	3.951	3.101	2.709	2.476	2.319	1.428	1.427	1.426	1.424	1.423
88	3.949	3.100	2.708	2.475	2.318	1.426	1.425	1.424	1.423	1.422
89	3.948	3.099	2.707	2.474	2.317	1.425	1.423	1.422	1.421	1.420