Universität des Saarlandes
Lehrstab Statistik
PD Dr. Martin Becker

6. Übungsblatt zum Wiederholungskurs
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung WS 2019/20

Aufgabe 25

Ein (fairer) Würfel ist auf einer Seite rot, auf zwei Seiten blau sowie auf den restlichen drei Seiten grün lackiert.

(a) Beschreiben Sie das einmalige Werfen eines solchen Würfels als diskreten Wahrscheinlichkeitsraum, indem Sie eine geeignete Ergebnismenge Ω und die zugehörige Wahrscheinlichkeitsfunktion $p : \Omega \to [0, 1]$ angeben.

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von Teil (a) die Wahrscheinlichkeit, dass „rot" oder „grün" gewürfelt wird.

Aufgabe 26

In einem Tropenstaat sind ein Fünftel der Bevölkerung gegen Malaria geimpft worden. Während einer Epidemie stellt man fest, dass nur jeder achte Erkrankte geimpft war. Außerdem weiß man, dass von je dreißig Geimpften nur zwei an Malaria erkrankt sind. Es seien A das Ereignis „Person ist erkrankt" und B das Ereignis „Person ist geimpft".

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person an Malaria erkrankt?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkrankt eine Person, die nicht geimpft wurde, an Malaria?

(c) Prüfen Sie nach, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 27

Die Trompeter Andreas, Berti und Christoph lassen in ihrem Musikverein den Zufall bestimmen, wer die solistischen Stellen zu spielen hat. Dazu würfeln sie vor dem Stück einmal mit einem fairen Würfel. Andreas spielt das Solo, wenn eine 1 fällt, Berti bei einer 2 oder 3, Christoph schließlich bei 4, 5 oder 6.
Andreas spielt Solostellen mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% perfekt (mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% ist mindestens ein schräger Ton dabei), Berti spielt Soli mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% perfekt, Christoph mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Trompetensolo perfekt zu Gehör gebracht?

(b) Bei einem Solo war deutlich ein falscher Ton zu hören. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Berti das Solo gespielt?

Aufgabe 28

Ein Sanitärinstallationsbetrieb verwendet für die Ausführung von Warmwasser-Installationen drei unterschiedlichen Systeme A, B und C von verschiedenen Herstellern. Dabei werden Warmwasser-Installationen mit einer Wahrscheinlichkeit von 45% mit System A, 35% mit System B und 20% mit System C ausgeführt. Bei den anschließenden Druckprüfungen gibt es erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% bei System A, 3% bei System B und 5% bei System C Undichtigkeiten.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Warmwasser-Installation bei der Druckprüfung nicht undicht ist?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine bei der Druckprüfung undichte Installation mit System C ausgeführt wurde?

(c) Sind die Ereignisse „Installation ist undicht“ und „System C wurde verwendet“ stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 29

Eine Früherkennungsuntersuchung erkennt das tatsächliche Vorliegen einer speziellen Krankheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%, allerdings werden auch 5% der nicht an dieser Krankheit erkrankten Personen (fälschlicherweise) bei der Untersuchung als erkrankt eingestuft.
An der Krankheit leiden 2% der Bevölkerung in der Altersgruppe von 60 bis 69 Jahren sowie 0.5% der Bevölkerung zwischen 30 und 39 Jahren.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Untersuchter in der Altersgruppe von 60 bis 69 Jahren als krank eingestuft?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sich eine positive Diagnose bei einem Untersuchten der Altersgruppe von 60 bis 69 Jahren als falsch herausstellen?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Diagnose in der Altersgruppe von 60 bis 69 Jahren?

(d) Wie ändern sich die Resultate aus den Teilen (a)–(c), wenn der Untersuchte stattdessen aus der Altersgruppe zwischen 30 bis 39 Jahren stammt?