

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2024

Aufgabe 40

Es sei X eine diskrete Zufallsvariable mit der folgenden Wahrscheinlichkeitsfunktion:

x_i	0	1	2	3	4
$p_X(x_i)$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_X der Zufallsvariablen X .
- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_Y der Zufallsvariablen $Y := 4X + 2$ mit Hilfe der Verteilungsfunktion F_X .

Aufgabe 41

Gegeben sei die durch die Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot (x - 8) & \text{für } 8 \leq x < 10 \\ \frac{1}{4} \cdot (12 - x) & \text{für } 10 \leq x \leq 12 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definierte stetige Zufallsvariable X .

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_X der Zufallsvariablen X .
- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_Y der Zufallsvariablen $Y := 2X - 4$ mit Hilfe der Verteilungsfunktion F_X .
- Bestimmen Sie mit Hilfe von f_X eine Dichtefunktion f_Y von Y .

Aufgabe 42

Die Verteilung der diskreten Zufallsvariablen X sei wie folgt gegeben:

x_i	0	1	2	3	4
$p_X(x_i)$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

- Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $\text{Var}(X)$.
- Ist X eine (um ihren Erwartungswert) symmetrische Zufallsvariable? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $Y := 2X - 4$.

Aufgabe 43

Die Zufallsvariable X besitze die folgende Dichtefunktion:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{32000}x \cdot (40 - x) & \text{für } 0 \leq x \leq 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und die Varianz $\text{Var}(X)$.
- (b) Ist die Zufallsvariable X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $Y := -4X + 2$.

Aufgabe 44

Gegeben sei die Verteilungsfunktion F_X der Zufallsvariablen X wie folgt:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -3 \\ \frac{1}{54}x^3 - \frac{1}{216}x^4 + \frac{7}{8} & \text{für } -3 \leq x < 3 \\ 1 & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen $Y := \frac{1}{X}$.
- (b) Berechnen Sie die Varianz der Zufallsvariablen $Y = \frac{1}{X}$.