

9. Übungsblatt zur Vorlesung  
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2023

Aufgabe 40

Es sei  $X$  eine diskrete Zufallsvariable mit der folgenden Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$x_i$	0	1	2	3	4
$p_X(x_i)$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X$  der Zufallsvariablen  $X$ .
- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion  $F_Y$  der Zufallsvariablen  $Y := 4X + 2$  mit Hilfe der Verteilungsfunktion  $F_X$ .

Aufgabe 41

Gegeben sei die durch die Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot (x - 8) & \text{für } 8 \leq x < 10 \\ \frac{1}{4} \cdot (12 - x) & \text{für } 10 \leq x \leq 12 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definierte stetige Zufallsvariable  $X$ .

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X$  der Zufallsvariablen  $X$ .
- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion  $F_Y$  der Zufallsvariablen  $Y := 2X - 4$  mit Hilfe der Verteilungsfunktion  $F_X$ .
- Bestimmen Sie mit Hilfe von  $f_X$  eine Dichtefunktion  $f_Y$  von  $Y$ .

Aufgabe 42

Die Verteilung der diskreten Zufallsvariablen  $X$  sei wie folgt gegeben:

$x_i$	0	1	2	3	4
$p_X(x_i)$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

- Berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$  und die Varianz  $\text{Var}(X)$ .
- Ist  $X$  eine (um ihren Erwartungswert) symmetrische Zufallsvariable? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $Y := 2X - 4$ .

### Aufgabe 43

Die Zufallsvariable  $X$  besitze die folgende Dichtefunktion:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{32000}x \cdot (40 - x) & \text{für } 0 \leq x \leq 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$  und die Varianz  $\text{Var}(X)$ .
- (b) Ist die Zufallsvariable  $X$  symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $Y := -4X + 2$ .

### Aufgabe 44

Gegeben sei die Verteilungsfunktion  $F_X$  der Zufallsvariablen  $X$  wie folgt:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -3 \\ \frac{1}{54}x^3 - \frac{1}{216}x^4 + \frac{7}{8} & \text{für } -3 \leq x < 3 \\ 1 & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen  $Y := \frac{1}{X}$ .
- (b) Berechnen Sie die Varianz der Zufallsvariablen  $Y = \frac{1}{X}$ .