Universität des Saarlandes
Lehrstab Statistik
PD Dr. Martin Becker

10. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2020

Aufgabe 48

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Es seien X die Anzahl, mit der die Augenzahl „6" und Y die Anzahl, mit der die Augenzahl „1" erzielt wird.

(a) Geben Sie die gemeinsame Verteilung des Zufallsvektors (X, Y) an.

(b) Geben Sie die Randverteilungen von X und Y an.

(c) Bestimmen Sie $P(\{X \leq 1, Y \leq 1\})$.

(d) Prüfen Sie nach, ob X und Y stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 49

In der folgenden Tabelle ist die (gemeinsame) Wahrscheinlichkeitsverteilung des zweidimensionalen diskreten Zufallsvektors (X, Y) gegeben:

X \ Y	1	2	3
1	0.02	0.13	0.15
2	0.16	0.20	0.14
3	0.12	0.04	0.04

(a) Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung um die beiden Randverteilungen.

(b) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

(i) $P\{1 \leq X \leq 2,\, 2 \leq Y \leq 3\}$,

(ii) $P\{X \leq 2\}$,

(iii) $P\{X > 2, Y < 3\}$.

(c) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X unter der Bedingung $Y = y_j$ für alle $y_j \in T(Y)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort mit den Resultaten aus Teil (c)!

Aufgabe 50

Für die **unabhängigen** Zufallsvariablen X und Y ist die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle unvollständig wie folgt gegeben:

$X \backslash Y$	1	2	$p_{i\cdot}$
-1	$1/8$	$\cdot$	$\cdot$
0	$\cdot$	$\cdot$	$3/8$
1	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$p_{\cdot j}$	$1/3$	$\cdot$	1

Vervollständigen Sie die Tabelle.

Aufgabe 51

Der zweidimensionale Zufallsvektor (X, Y) habe die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$X \backslash Y$	3	4	5
1	$1/6$	0	$1/6$
2	$1/12$	$1/3$	0
3	0	$1/6$	$1/12$

(a) Berechnen Sie die Erwartungswerte $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{E}(Y)$ sowie die Varianzen $\mathrm{Var}(X)$ und $\mathrm{Var}(Y)$.

(b) Berechnen Sie die Kovarianz $\mathrm{Cov}(X, Y)$ und den Korrelationskoeffizenten $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von $4X - 2Y + 3$.