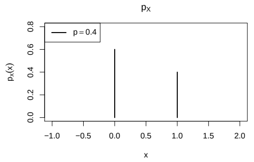
Bernoulli-/Alternativverteilung Parameter:
$B(1,p)$ $p \in (0,1)$

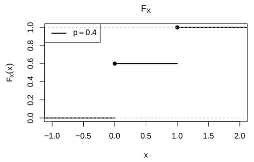
Träger: $T(X) = \{0,1\}$
Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p & \text{für } x = 0 \\ p & \text{für } x = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1-p & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$



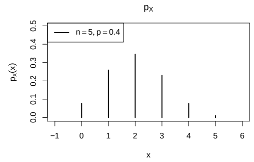
Momente: $E(X) = p$ $\quad Var(X) = p \cdot (1-p)$

$\gamma(X) = \frac{1-2p}{\sqrt{p(1-p)}}$ $\quad \kappa(X) = \frac{1-3p(1-p)}{p(1-p)}$

Binomialverteilung Parameter:
$B(n,p)$ $n \in \mathbb{N}, p \in (0,1)$

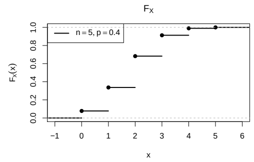
Träger: $T(X) = \{0,1,\dots,n\}$
Wahrscheinlichkeitsfunktion: $p_X(x)$

$$= \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \sum_{\substack{x_i \in T(X) \\ x_i \leq x}} p_X(x_i)$$



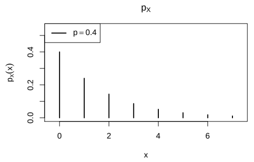
Momente: $E(X) = n \cdot p$ $\quad Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$

$\gamma(X) = \frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$ $\quad \kappa(X) = \frac{1+(3n-6)p(1-p)}{np(1-p)}$

Geometrische Verteilung Parameter:
$\text{Geom}(p)$ $p \in (0,1)$

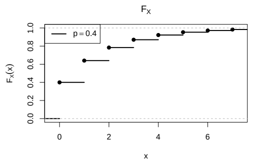
Träger: $T(X) = \mathbb{N}_0 = \{0,1,\dots\}$
Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} (1-p)^x \cdot p & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1-(1-p)^{\lfloor x \rfloor + 1} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$



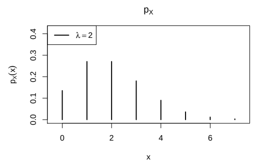
Momente: $E(X) = \frac{1-p}{p}$ $\quad Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

$\gamma(X) = \frac{2-p}{\sqrt{1-p}}$ $\quad \kappa(X) = \frac{p^2-9p+9}{1-p}$

Poisson-Verteilung Parameter:
$\text{Pois}(\lambda)$ $\lambda > 0$

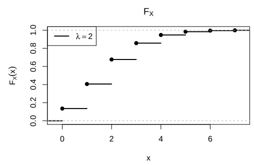
Träger: $T(X) = \mathbb{N}_0 = \{0,1,\dots\}$
Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \sum_{\substack{x_i \in T(X) \\ x_i \leq x}} p_X(x_i)$$



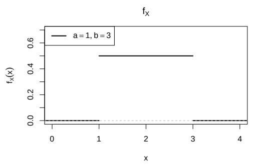
Momente: $E(X) = \lambda$ $\quad Var(X) = \lambda$

$\gamma(X) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ $\quad \kappa(X) = 3 + \frac{1}{\lambda}$

Stetige Gleichverteilung Parameter:
$\text{Unif}(a,b)$ $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$

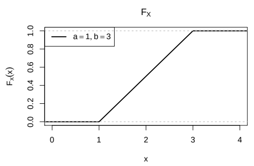
Träger: $T(X) = [a,b]$
Dichtefunktion: $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion: $F_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$;

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{für } x > b \end{cases}$$



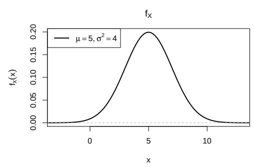
Momente: $E(X) = \frac{a+b}{2}$ $\quad Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

$\gamma(X) = 0$ $\quad \kappa(X) = \frac{9}{5}$

Normalverteilung Parameter:
$\text{N}(\mu, \sigma^2)$ $\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0$

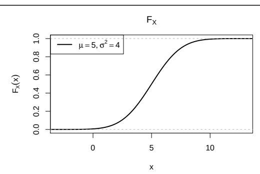
Träger: $T(X) = \mathbb{R}$
Dichtefunktion: $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$



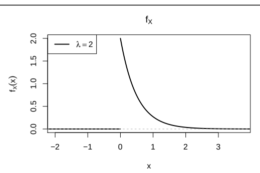
Momente: $E(X) = \mu$ $\quad Var(X) = \sigma^2$

$\gamma(X) = 0$ $\quad \kappa(X) = 3$

Exponentialverteilung Parameter:
$\text{Exp}(\lambda)$ $\lambda > 0$

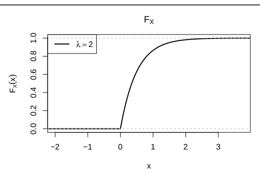
Träger: $T(X) = \mathbb{R}_+$
Dichtefunktion: $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion: $F_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$;

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$



Momente: $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $\quad Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

$\gamma(X) = 2$ $\quad \kappa(X) = 9$

Satz 11.2 (Summen spezieller Zufallsvariablen)

Seien $n \in \mathbb{N}$, $X_1, \dots, X_n$ stochastisch unabhängige Zufallsvariablen und

$$Y := X_1 + \cdots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i\ .$$

Gilt für $i \in \{1,\dots,n\}$ weiterhin

1. *$X_i \sim B(1,p)$ für ein $p \in (0,1)$, also insgesamt $X_i \overset{i.i.d.}{\sim} B(1,p)$, so gilt $Y \sim B(n,p)$ (vgl. Folie 232),*
2. *$X_i \sim B(n_i,p)$ für $n_i \in \mathbb{N}$ und ein $p \in (0,1)$, so gilt $Y \sim B(N,p)$ mit $N := n_1 + \cdots + n_n = \sum_{i=1}^{n} n_i$,*
3. *$X_i \sim \text{Pois}(\lambda_i)$ für $\lambda_i \in \mathbb{R}_+$, so gilt $Y \sim \text{Pois}(\lambda)$ mit $\lambda := \lambda_1 + \cdots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$,*
4. *$X_i \sim \text{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$ für $\mu_i \in \mathbb{R}$ und $\sigma_i^2 > 0$, so gilt $Y \sim \text{N}(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu = \mu_1 + \cdots + \mu_n = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$ und $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \cdots + \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2$,*
5. *$X_i \sim \text{N}(\mu, \sigma^2)$ für ein $\mu \in \mathbb{R}$ und ein $\sigma^2 > 0$, also insgesamt $X_i \overset{i.i.d.}{\sim} \text{N}(\mu, \sigma^2)$, so gilt für $\overline{X} := \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ insbesondere $\overline{X} \sim \text{N}(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.*